

Domáca úloha č. 3

do 7. januára 2024

Pokyny k úlohe

Na získanie plného počtu bodov je potrebné uviesť všetky výpočty, dostatočne ich komentovať a ilustrovať, kde je to vhodné.

Pokiaľ v zadaní chýbajú potrebné vstupné údaje, môžete si ich zmysluplne dodefinovať. Vašu voľbu v odovzdanom riešení uveďte.

Vaše riešenia posielajte ako dostatočne kontrastné a ostré (t. j. dobre čitateľnú) fotografie zlúčené do pdf súboru alebo ako natexovaný pdf súbor. V oboch dvoch prípadoch súbory odovzdávate ako link na úložisko. Na začiatku riešenia uveďte svoje meno.

Definujme čísla α a β vzťahmi

$$\alpha := k - 7, \quad \beta := 9 - p, \quad (1)$$

kde k označuje počet hlások Vášho **krstného mena** a p označuje počet hlások Vášho **priezviska** (*upozornenie: dz/dž/ch = 1 hláska*).

Pr. A 10b Nájdite kanonickú rovnicu a kanonickú sústavu súradníc kuželosečky

$$\mathcal{Q} : \alpha x^2 + (\beta - 2)y^2 + 2\alpha\beta x + 6(\beta - 2)y - \beta = 0 \quad (2)$$

a určte o aký druh kuželosečky sa jedná a aké sú jej parametre. Ak je to možné, určte vonkajšok kuželosečky \mathcal{Q} .

Pr. B 5b Zostavte rovnicu kuželosečky so stredom $S = (-\beta, \alpha\beta + 2)^\top$, pre ktorú sú priamky $p_1 : \alpha x + y - 3 = 0$ a $p_2 : x + \beta + 1 = 0$ dotyčnicami v koncových bodoch združených priemerov.

Pomôcka: pre získanie celočíselných koeficientov kuželosečky, prvý z nich zvolte $a = \alpha^2 + 1$.

Pr. C 5b Nájdite všetky singulárne kuželosečky (t. j. špecifikujte koeficienty $a, b, c \in \mathbb{R}$) typu

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2x = 0 \quad (3)$$

tak, aby ich združené priemery p_1, p_2 spĺňali nasledovné podmienky:

- priemer p_1 je združený so smerom osi x ,
- priemery p_1 a p_2 zvierajú uhol 60° .