

# Domáca úloha č. 2

do 12. decembra 2023

## Pokyny k úlohe

Na získanie plného počtu bodov je potrebné uviesť všetky výpočty, dostatočne ich komentovať a ilustrovať, kde je to vhodné.

Pokiaľ v zadaní chýbajú potrebné vstupné údaje, môžete si ich zmysluplne dodefinovať. Vašu voľbu v odovzdanom riešení uveďte.

Vaše riešenia môžete odovzdať osobne na hodine, poslať ako dostatočne kontrastnú a ostrú (t. j. dobre čitateľnú) fotografiu alebo ako natexovaný pdf súbor. V posledných dvoch prípadoch súbory odovzdávate ako link na úložisko. Vo všetkých prípadoch uveďte na začiatku riešenia svoje meno.

Definujme čísla  $\alpha$  a  $\beta$  vzťahmi

$$\alpha := k - 7, \quad \beta := 9 - p, \quad (1)$$

kde  $k$  označuje počet hlások Vášho **krstného mena** a  $p$  označuje počet hlások Vášho **priezviska** (*upozornenie: dz/dž/ch = 1 hláska*).

**Pr. A** 7b Uvažujme trojuholník  $\triangle T_1 T_2 T_3$  so súradnicami vrcholov

$$T_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2\beta \end{pmatrix}, \quad T_2 = \begin{pmatrix} -2\alpha \\ 2\beta \end{pmatrix}, \quad T_3 = \begin{pmatrix} 2\alpha \\ 2\beta \end{pmatrix}. \quad (2)$$

1. Pre  $\triangle T_1 T_2 T_3$  nájdite predpis **Steinerovej vpísanej elipsy**<sup>1</sup>  $\mathcal{E}$ .
2. Overte, že  $\mathcal{E}$  je naozaj elipsa a naozaj sa dotýka strán trojuholníka v ich stredoch.
3. Zistite, či ťažisko  $\triangle T_1 T_2 T_3$  a stred  $\mathcal{E}$  sú totožné.
4. Všetky objekty znázornite v náčrte.

**Pr. B** 3b Určte parametre  $k, l \in \mathbb{R}$  tak, aby bod  $S = (1 - \alpha, \alpha\beta - \alpha)^\top$  bol stredom kuželoščky

$$\mathcal{Q}: (2\alpha + 1)x^2 + 2xy + kx + ly + (\beta^2 - 2) = 0. \quad (3)$$

O aký druh kuželoščky sa jedná? Zostrojte náčrt.

**Pr. C** 5b Zostavte rovnicu kuželoščky  $\mathcal{Q}$ , ktorá

1. má stred  $S = (-\beta - 1, \alpha\beta + \alpha + 1)^\top$ ,
2. prechádza bodom  $A = (7 - \beta, \alpha\beta - 7\alpha - 1)^\top$ ,
3. dotýka sa priamky  $(\alpha + 1)x + y + (\beta - 2) = 0$  v bode  $B = (1 - \beta, \alpha\beta - \alpha + 1)^\top$ .

Všetky objekty načrtnite.

<sup>1</sup>Steinerova vpísaná elipsa je jediná taká, ktorá sa dotýka trojuholníka v stredoch jednotlivých strán.