

# Domáca úloha č. 1

do 7. novembra 2023

## Pokyny k úlohe

Na získanie plného počtu bodov je potrebné uviesť všetky výpočty, dostatočne ich komentovať a ilustrovať, kde je to vhodné.

Pokiaľ v zadaní chýbajú potrebné vstupné údaje, môžete si ich zmysluplne dodefinovať. Vašu voľbu v odovzdanom riešení uveďte.

Vaše riešenia môžete odovzdať osobne na hodine, poslať ako dostatočne kontrastnú a ostrú (t. j. dobre čitateľnú) fotografiu alebo ako natexovaný pdf súbor. V posledných dvoch prípadoch súbory odovzdávate ako link na úložisko. Vo všetkých prípadoch uveďte na začiatku riešenia svoje meno.

Definujme čísla  $\alpha$  a  $\beta$  vzťahmi

$$\alpha := k - 7, \quad \beta := 9 - p, \quad (1)$$

kde  $k$  označuje počet hlások Vášho **krstného mena** a  $p$  označuje počet hlások Vášho **priezviska** (*upozornenie: dz/dž/ch = 1 hláska*).

**Pr. A** 7b Uvažujme kuželosečku

$$\mathcal{Q} : (\beta - 2)x^2 + 2\alpha xy + 2(\beta - 1)x + 2\alpha y + (\beta - \alpha^2\beta) = 0. \quad (2)$$

1. Zistite, či je kuželosečka  $\mathcal{Q}$  regulárna.
2. V každom bode  $M = (m, n)^\top$  kuželosečky  $\mathcal{Q}$  nájdite všetky priamky (určte ich predpisy), ktoré túto kuželosečku pretínajú **iba** v tomto bode.
3. Existuje v bode  $M$  dotyčnica? Ak áno, určte ju, v opačnom prípade uveďte dôvod.

**Pr. B** 5b Nájdite predpis a určte typ kuželosečky  $\mathcal{Q}$ , ktorá

- prechádza bodmi  $M = (\beta, -\alpha)^\top$ ,  $N = (\beta + 1, -\alpha - \beta + 1)^\top$ ,  $P = (\beta + 4, -\alpha - 2\beta + 4)^\top$ ,
- má dvojnásobný asymptotický smer  $\mathbf{u} = (1, 1)^\top$ .

**Pr. C** 3b Nájdite **všetky** kuželosečky  $\mathcal{Q}$ , ktoré majú jedinú asymptotu, určenú smerovým vektorom  $\mathbf{u} = (\alpha, \beta)^\top$ , prechádzajúcu začiatkom súradnicovej sústavy. O aký typ kuželosečky sa jedná?