

Vzorová skúška

Pokyny ku skúške

Na získanie plného počtu bodov je potrebné uviesť všetky výpočty, dostatočne ich komentovať a ilustrovať, kde je to vhodné.

Pokiaľ v zadaní chýbajú potrebné vstupné údaje, môžete si ich zmysluplne dodefinovať. Vašu voľbu v odovzdanom riešení uveďte.

Príklady

Pr. A 15b Uvažujme kuželosečku

$$Q : 10x^2 + 16xy + 10y^2 - 16x - 20y + 1 = 0. \quad (1)$$

Ďalej, ak je to možné, určte jej:

1. kanonickú sústavu súradníc, kanonický tvar a na základe neho aj druh kuželosečky,
2. vnútro a vonkajšok,
3. dĺžku hlavnej a vedľajšej polosi.

Pr. B 8b Určte predpisy dotyčníc kuželosečky

$$Q : x^2 - y^2 - 4x + 2y + 1 = 0 \quad (2)$$

v jej priesečníkoch s priamkou $y - 1 = 0$.

Pr. C 5b Určte hodnotu parametra k tak, aby kuželosečka

$$Q : 2x^2 + 2xy + y^2 + 4y + k = 0 \quad (3)$$

mala singulárny bod a určte jeho súradnice.

Pr. D 7b Uvažujme kuželosečku

$$Q : 2x^2 + 2kxy + 2y^2 - 8x - 10y + f = 0. \quad (4)$$

Určte hodnoty parametrov $k, l \in \mathbb{R}$ tak, aby Q bola reálnou elipsou a jej stred ležal na priamke $y - 2 = 0$.

Teória

Rozhodnite o pravdivosti nasledovných tvrdení. Ak je tvrdenie pravdivé, dokážte ho. V opačnom prípade nájdite kontrapríklad:

1. 3b Sečnica kuželosečky má s ňou vždy spoločné dva body.
2. 3b Stred kuželosečky môže ležať na kuželosečke.
3. 3b Kuželosečka eliptického typu nemá asymptotické smery.
4. 3b Existuje stredová kuželosečka, ktorej malý diskriminant je nulový.
5. 3b Na každej kuželosečke možno zvoliť trojicu kolineárnych bodov.