Reprezentácie dvojparametrických geometrických útvarov v priestore

DVOJPARAMETRICKÉ ÚTVARY V PRIESTORE: PLOCHY, ZÁPLATY

Návrhy plôch, ako aj podklady pre ich výrobu donedávna vznikali len na kresliacich stoloch konštruktérov a v dielňach modelárov. Tento tradičný spôsob návrhu plochy má veľa nevýhod, pretože ide o prácu intuitívnu, opierajúcu sa o skúsenosti konštruktéra a modelára, časovo náročnú a málo presnú. Automatizácia výroby vyžaduje vytvoriť matematické modely týchto plôch. Matematická reprezentácia vylúči nepresnosti ručného rysovania a modelovania. V počítačovej grafike sa rozumie pod pojmom konštrukcia plochy určenie jej rovníc z podmienok, ktoré má plocha spĺňať.

Matematické reprezentácie plôch

Podobne ako krivky môžeme aj plochy reprezentovať pomocou implicitných rovníc, explicitných vyjadrení alebo parametrických funkcií.
Implicitná rovnica plochy Φ:

$$F(x,y,z)=0,$$

kde premenné *x, y, z* sa interpretujú ako súradnice bodu plochy. Táto rovnica umožňuje zistiť, či bod $\mathbf{A}=\left[x^A, y^A, z^A\right]$ je bodom plochy.

Explicitné vyjadrenie plochy Φ :

$$z=f(x,y),$$

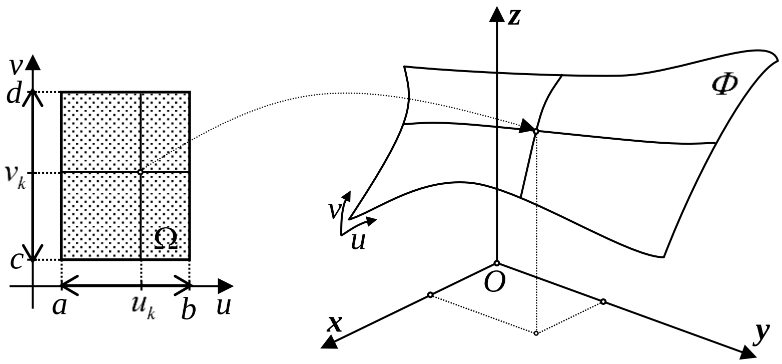
podľa ktorého určíme hodnotu *z* bodu plochy Φ zo súradníc x, y .

Parametrizované vyjadrenie plochy Φ opisuje každú súradnicu *x, y, z* jej bodu osobitne pomocou explicitnej funkcie dvoch premenných u , v (premenné *u, v* nazývame tiež *u, v* parametre plochy) :

$$\begin{aligned} x&=x(u,v)\\ y&=y(u,v), \quad u,v\in U\times V\\ z&=z(u,v) \end{aligned}$$

Plocha je každá súvislá podmnožina $\Phi \subset E^3$, ktorá je spojitým obrazom súvislej oblasti $\Omega=U\times V$ kde $U=\langle a,b\rangle$ a $V=\langle c,d\rangle$ sú číselné intervaly.

Funkcie $x(u,v), y(u,v), z(u,v)$ nazývame ***parametrické vyjadrenie plochy***.



Parametrické vyjadrenie plochy možno nahradiť jedinou vektorovou rovnicou **r**(u, v), ktorá je vektorovou funkciou parametrov u, v.

Pre zápis tejto vektorovej funkcie použijeme označenie: $\mathbf{r}(u,v) = \left[x(u,v), y(u,v), z(u,v)\right]$ čo je súradnicový zápis vektora.

Izoparametrické čiary na ploche $\mathbf{r}(u,v) = \left[x(u,v), y(u,v), z(u,v)\right]$, $u \in \langle u_1, u_2 \rangle$, $v \in \langle v_1, v_2 \rangle$

v – čiara plochy: $u = u_k \in U$:

$$x = x(u_k, v),\ y = y(u_k, v),\ z = z(u_k, v), \quad u = u_k, v \in V.$$

V ďalšom texte budeme pre v-čiaru používať aj skrátený zápis:

$$x = x(v),\ y = y(v),\ z = z(v), \quad v \in V.$$

u - čiara plochy: $v = v_k \in V$

$$x = x(u, v_k),\ y = y(u, v_k),\ z = z(u, v_k), \quad u \in U, v = v_k$$

a skrátený zápis pre u-čiaru:

$$x = x(u),\ y = y(u),\ z = z(u), \quad u \in U.$$

Okrajové čiary plochy :

sú izoparametrické u-čiary **r**(u,v_1), **r**(u,v_2) a izoparametrické v-čiary **r**(u_1,v), **r**(u_2,v) . Okrajové čiary plochy tvoria ***okraj plochy***.

Bod plochy je priesečník izoparametrických u-, v-čiar: $\mathbf{r}(u_k, v_k) = \mathbf{r}(u, v_k) \cap \mathbf{r}(u_k, v)$.

Rohové body plochy sú priesečníkmi okrajových čiar :

$$\mathbf{r}(u_1, v_1) = \mathbf{r}(u, v_1) \cap \mathbf{r}(u_1, v)$$
$$\mathbf{r}(u_2, v_1) = \mathbf{r}(u, v_1) \cap \mathbf{r}(u_2, v)$$
$$\mathbf{r}(u_1, v_2) = \mathbf{r}(u, v_2) \cap \mathbf{r}(u_1, v)$$
$$\mathbf{r}(u_2, v_2) = \mathbf{r}(u, v_2) \cap \mathbf{r}(u_2, v)$$

V aplikáciách sa často používa $u_1 = v_1 = 0$ a $u_2 = v_2 = 1$, potom parametre $u, v \in \langle 0,1 \rangle \times \langle 0,1 \rangle$.

Pri štúdiu kriviek $\mathbf{r}(t)$ jej derivácia $\mathbf{r}'(t)$ v ľubovoľnom bode je vektor dotyčnice. Pre plochy, podobne, derivácia je dotykový vektor krivky na ploche. Presnejšie, nech $\mathbf{r}(u, v)$ je bod na ploche, ktorý je priesečníkom dvoch izoparametrických u-, v-čiar.

Vezmime u-čiaru: $\mathbf{r}(u,v_k)$ a vyčíslime jej deriváciu podľa u.

Výsledkom je vektor dotyčnice: $$\left.\frac{\partial \mathbf{r}(u,v)}{\partial u}\right|_{v=v_k} = \left[\frac{\partial x(u,v)}{\partial u}, \frac{\partial y(u,v)}{\partial u}, \frac{\partial z(u,v)}{\partial u}\right]\Bigg|_{v=v_k}.$$

Parciálna derivácia funkcie $\mathbf{r}(u, v)$ podľa u je vektorová funkcia $\mathbf{r}_u(u, v)$.

Pre v-čiaru : $\mathbf{r}(u_k,v)$ vyčíslime jej deriváciu podľa v.

Výsledkom je vektor dotyčnice: $$\left.\frac{\partial \mathbf{r}(u,v)}{\partial v}\right|_{u=u_k} = \left[\frac{\partial x(u,v)}{\partial v}, \frac{\partial y(u,v)}{\partial v}, \frac{\partial z(u,v)}{\partial v}\right]\Bigg|_{u=u_k}.$$

Parciálna derivácia funkcie $\mathbf{r}(u, v)$ podľa v je vektorová funkcia $\mathbf{r}_v(u, v)$.

V ďalšom štúdiu plôch budeme potrebovať derivácie:

- v bodoch okrajových kriviek : $\mathbf{r}_u(u, 0)$ a $\mathbf{r}_u(u, 1)$ aj $\mathbf{r}_v(0, v)$ a $\mathbf{r}_v(1, v)$ tzv. ***pozdĺžne derivácie*** a $\mathbf{r}_v(u, 0)$ a $\mathbf{r}_v(u, 1)$ aj $\mathbf{r}_u(0, v)$ a $\mathbf{r}_u(1, v)$ tzv. ***priečne derivácie***.

- v rohových bodoch plochy: $\mathbf{r}_u(0, 0)$, $\mathbf{r}_u(0, 1)$, $\mathbf{r}_u(1, 0)$, $\mathbf{r}_u(1, 1)$
  $\mathbf{r}_v(0, 0)$, $\mathbf{r}_v(0, 1)$, $\mathbf{r}_v(1, 0)$, $\mathbf{r}_v(1, 1)$.

Bod plochy, v ktorom je niektorá z parciálnych derivácií nulový vektor alebo sú tieto vektory lineárne závislé je tento bod ***singulárny***. V ***regulárnom*** bode plochy sú vektory dotyčníc izoparametrických čiar nenulové a lineárne nezávislé, určujú ***dotykovú rovinu***.

Vektor normály (normála plochy) – je kolmý na dotykovú rovinu v regulárnom bode plochy:
$$\mathbf{n}(u_k, v_k) = \mathbf{r}_u(u_k, v_k) \times \mathbf{r}_v(u_k, v_k).$$

Vektor twistu (skrutu plochy)- je vektor zmiešanej druhej parciálnej derivácie :
$$\left.\frac{\partial^2 \mathbf{r}(u,v)}{\partial u \partial v}\right|_{\substack{v=v_k\\u=u_k}} = \left[\frac{\partial^2 x(u,v)}{\partial u \partial v}, \frac{\partial^2 y(u,v)}{\partial u \partial v}, \frac{\partial^2 z(u,v)}{\partial u \partial v}\right]\Bigg|_{\substack{v=v_k\\u=u_k}}.$$

Bod, v ktorom je vektor twistu nulový, je inflexný bod a plocha v okolí tohto bodu je časťou roviny.

Teraz sme sa oboznámili s tými pojmami, ktoré budú vystupovať pri konštrukcii plôch z daných vstupných dát.

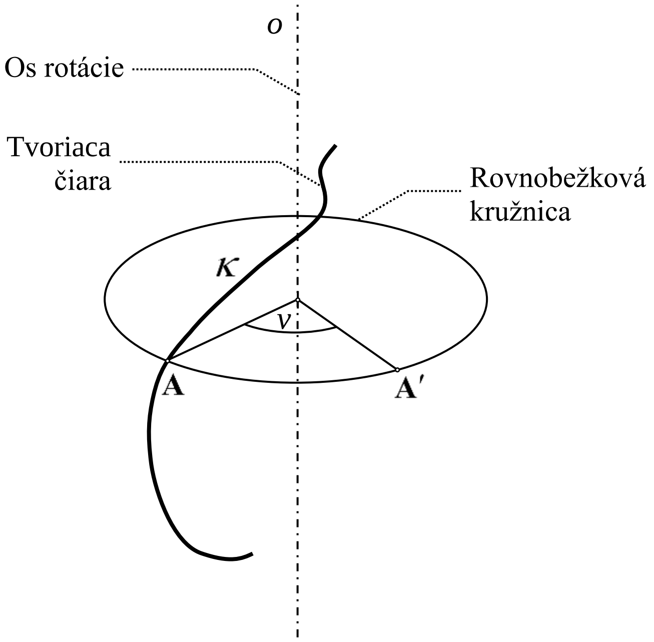
Tieto vstupné dáta môžeme rozdeliť do troch skupín:

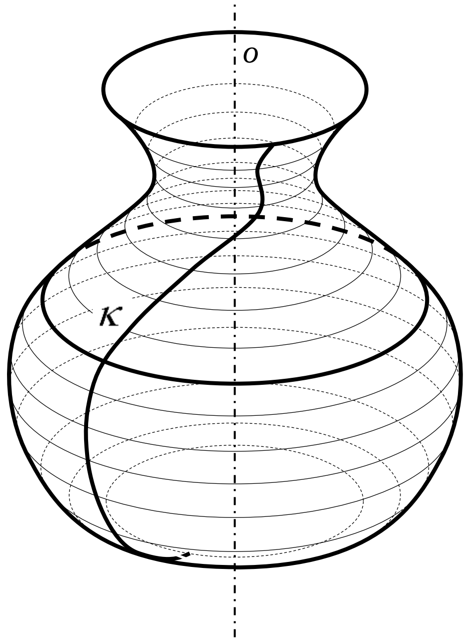
1. plocha je vytvorená z čiary a geometrickej transformácie, ktorá je aplikovaná na čiaru
2. známe sú okrajové čiary, ktoré je potrebné „zlepiť“ plochou
3. poznáme riadiacu sieť bodov.

1. Plochy vytvorené z čiary a geometrickej transformácie

ROTAČNÉ PLOCHY – SURFACES OF REVOLUTION

Syntetická metóda opisu plochy:
Daná je čiara κ, priamka o, pričom čiara κ neleží v rovine kolmej na priamku o. Plocha Φ vytvorená rotáciou čiary κ okolo priamky o o uhol $v \in \langle 0, 2\pi \rangle$ sa nazýva ***rotačná plocha***, priamka o ***os rotácie*** a čiara κ ***tvoriaca čiara plochy***. Každý bod $A \notin o$ čiary κ vytvorí ***rovnobežkovú kružnicu***, ktorá leží v rovine kolmej na priamku o.





Analytická metóda opisu plochy:

Nech $Oxyz$ je pravouhlý trojhran v priestore E^3 a os rotácie o je totožná so súradnicovou osou z. Čiara κ je u -krivka t.j. má parametrické vyjadrenie:

$$x = x(u) \qquad y = y(u) \qquad z = z(u) \qquad u \in U .$$

Nech bod $\mathbf{A}\left[x^A, y^A, z^A\right]$ je bodom čiary κ. Pri rotácii okolo osi o bod $\mathbf{A}$ leží na kružnici:

$$x^A = r.\cos\alpha, \quad y^A = r.\sin\alpha, \quad \alpha \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

Po otočení o uhol v dostaneme bod $\mathbf{A}'\left[x^{A'}, y^{A'}, z^{A'}\right]$:

$$x^{A'} = r.\cos(\alpha + v) = x^A.\cos v - y^A.\sin v$$
$$y^{A'} = r.\sin(\alpha + v) = x^A.\sin v + y^A.\cos v$$
$$z^{A'} = z^A$$

Keďže bod $\mathbf{A}$ je bodom čiary κ, t.j. $x^A = x(u), y^A = y(u), z^A = z(u), \;\; u \in U$, teda *parametrické vyjadrenie rotačnej plochy* zapíšeme:

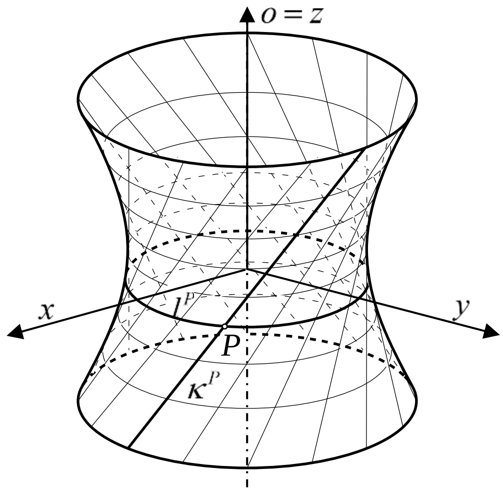
$$x(u,v) = x(u)\cos v - y(u)\sin v$$
$$y(u,v) = x(u)\sin v + y(u)\cos v$$
$$z(u,v) = z(u) \text{ , kde } u \in U \text{ , } v \in \langle 0, 2\pi \rangle .$$

Zápis v rozšírených afinných súradniciach:

$$\begin{pmatrix} x(u,v) & y(u,v) & z(u,v) & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(u) & y(u) & z(u) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos v & \sin v & 0 & 0 \\ -\sin v & \cos v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$u \in U$, $v \in \langle 0, 2\pi \rangle$.

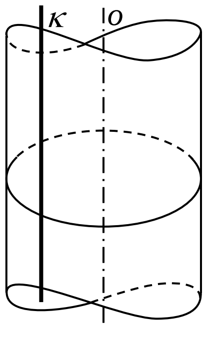
Sieť čiar na rotačnej ploche tvoria u - čiary, ktoré sú zhodné s tvoriacou čiarou κ (t. j. u -čiary nemenia tvar len polohu v priestore) a v -čiary, ktoré sú rovnobežkové kružnice ležiace v rovinách kolmých na os rotácie *o*. Pri grafickej ilustrácii plôch sú vykresľované sústavy *u*-, *v*- čiar.

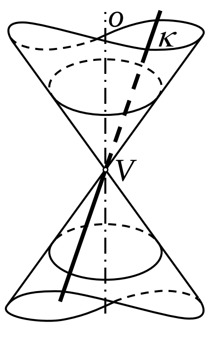


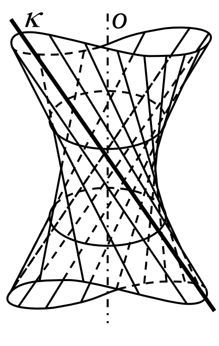
Triedenie rotačných plôch podľa tvoriacej čiary

Priamkové rotačné plochy

Tvoriaca čiara κ je ***priamka p***. Podľa vzájomnej polohy priamky *p* a osi *o* dostaneme plochy:
- *p, o* sú rovnobežky: ***rotačná valcová plocha***
- *p, o* sú rôznobežky: ***rotačná kužeľová plocha***
- *p, o* sú mimobežky: ***jednodielny hyperboloid***





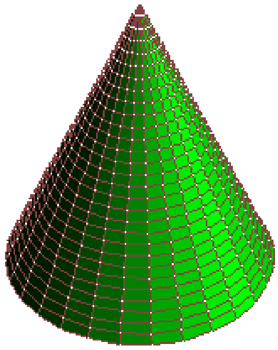


Príklad : Nech priamka p = AB, kde A(a,0,0) B(0,0,b). Napíšte parametrické rovnice rotačnej plochy pre tvoriacu čiaru priamku p.
Riešenie: Parametrické vyjadrenie tvoriacej u -čiary:

$$x(u) = a(1-u)\,,\ y(u) = 0\ ,\ z(u) = bu\,,\ a \neq 0, b, u \in R$$

Parametrické rovnice plochy:
$$x(u,v) = a(1-u)\cos v$$
$$y(u,v) = a(1-u)\sin v$$
$$z(u,v) = bu \quad a \neq 0, b, u \in R \ v \in \langle 0, 2\pi \rangle$$

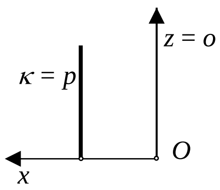
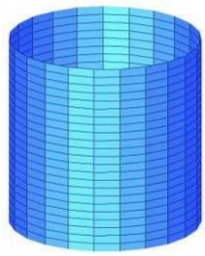
Ak $u \in \langle 0,1 \rangle$, tak tvoriaca čiara je úsečka AB a plocha je rotačný kužeľ napr. pre a = 2j, b = 4j.



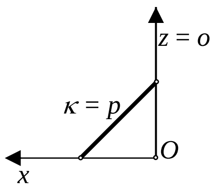
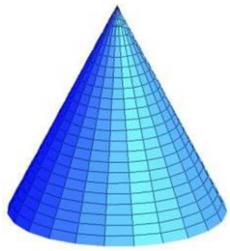
Vstup: **čiara κ - *priamka p***

<table>
<tr><td colspan="4">

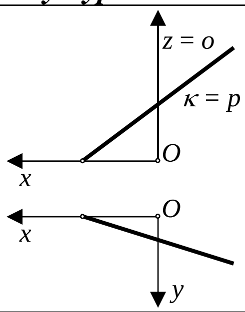
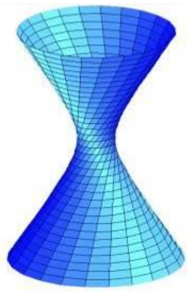
- *p, o* – rovnobežky

Výstup: ***rotačná valcová plocha***
</td></tr>
<tr>
<td>$x(u)=a$
$y(u)=0$
$z(u)=bu$
$a\neq 0, b, u\in\mathbb{R}$</td>
<td>
</td>
<td>$x(u,v)=a.\cos v$
$y(u,v)=a.\sin v$
$z(u,v)=bu$
$u\in\mathbb{R},\ v\in\langle 0,2\pi\rangle$</td>
<td></td>
</tr>
<tr><td colspan="4">

- *p, o* – rôznobežky

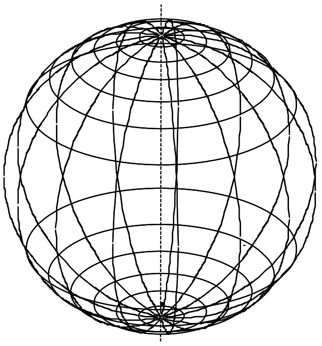
Výstup: ***rotačná kužeľová plocha***
</td></tr>
<tr>
<td>$x(u)=a(1-u)$
$y(u)=0$
$z(u)=bu$
$a\neq 0, b, u\in\mathbb{R}$</td>
<td>
</td>
<td>$x(u,v)=a(1-u).\cos v$
$y(u,v)=a(1-u).\sin v$
$z(u,v)=bu$
$u\in\mathbb{R},\ v\in\langle 0,2\pi\rangle$</td>
<td></td>
</tr>
<tr><td colspan="4">

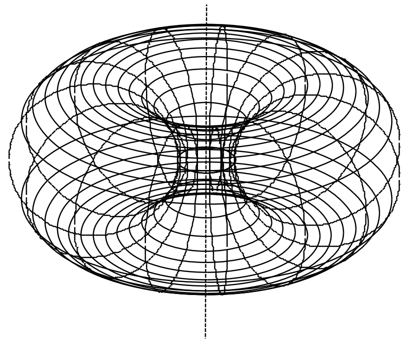
- *p, o* – mimobežky

Výstup: ***jednodielny rotačný hyperboloid***
</td></tr>
<tr>
<td>$x=a(1-u)$
$y=bu$
$z=cu$
$a,b,c\neq 0, u\in\mathbb{R}$</td>
<td>
</td>
<td>$x=a(1-u)\cos v-bu\sin v$
$y=a(1-u)\sin v+bu\cos v$
$z=cu$
$u\in\mathbb{R},\ v\in\langle 0,2\pi\rangle$</td>
<td></td>
</tr>
</table>

Cyklické rotačné plochy

Tvoriaca čiara κ je kružnica so stredom v bode S a polomerom r
- **leží v rovine incidujúcej s osou rotácie**. Na základe vzájomnej polohy tvoriacej kružnice a osi o určíme:
  - $S \in o$: ***guľová plocha***
  - $S \notin o$: ***anuloid***





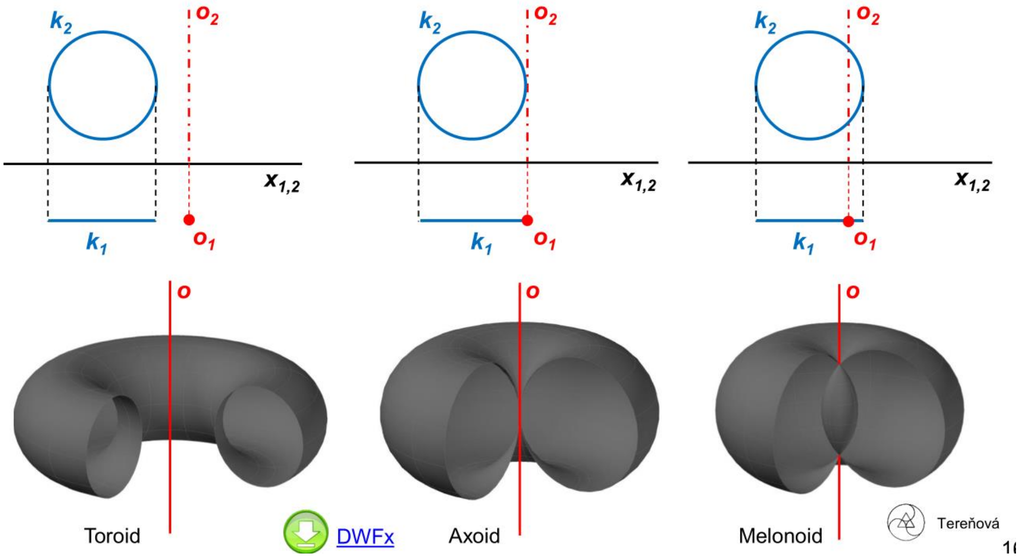
Príklad : Nech kružnica κ má parametrické rovnice :

$$x(u) = r\cos u + a,\ y(u) = 0,\ z(u) = r\sin u,\ u \in \langle 0, 2\pi \rangle, a > 0.$$

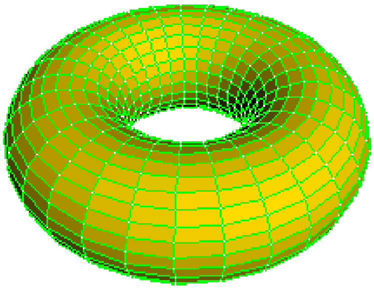
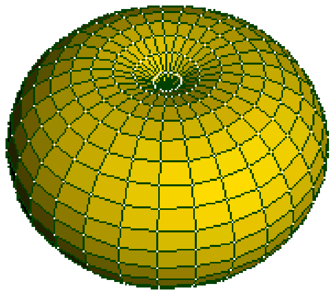
Parametrické rovnice anuloidu:

$$x(u,v) = (r\cos u + a)\cos v$$
$$y(u,v) = (r\cos u + a)\sin v$$
$$z(u,v) = r\sin u \quad u \in \langle 0, 2\pi \rangle\ v \in \langle 0, 2\pi \rangle$$

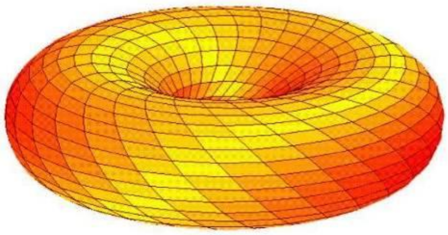
a* > *r **TOROID**
a* = *r **AXOID**
0 < *a* < *r* **MELONOID**



Napr. pre $r = 1j$, $a = 2j$; $r = 1j$, $a = 0.5j$

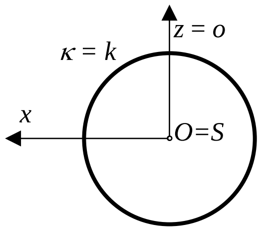
- kružnica κ neleží v priemerovej rovine: ***globoid***



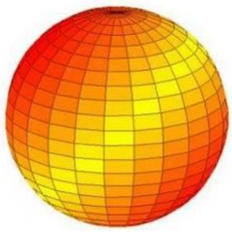
- *o* leží v rovine *k* a prechádza jej stredom *S*.

Výstup: ***guľová plocha***

$$x(u) = r\cos u$$
$$y(u) = 0$$
$$z(u) = r\sin u$$
$$r > 0, u \in \langle 0, 2\pi \rangle$$



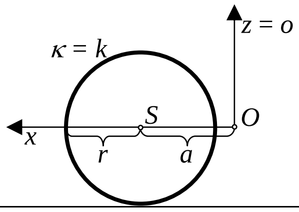
$$x(u,v) = r\cos u . \cos v$$
$$y(u,v) = r\cos u . \sin v$$
$$z(u,v) = r\sin u$$
$$u, v \in \langle 0, 2\pi \rangle$$



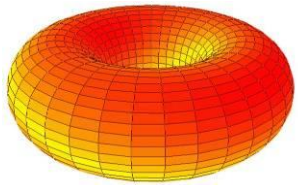
- *o* leží v rovine *k* a neprechádza jej stredom *S*.

Výstup: ***anuloid***

$$x(u) = a + r\cos u$$
$$y(u) = 0$$
$$z(u) = r\sin u$$
$$u \in \langle 0, 2\pi \rangle$$



$$x(u,v) = (a + r\cos u) . \cos v$$
$$y(u,v) = (a + r\cos u) . \sin v$$
$$z(u,v) = r\sin u$$
$$u, v \in \langle 0, 2\pi \rangle$$

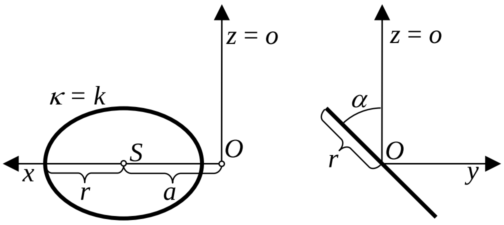


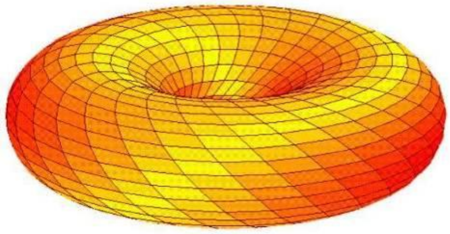
- *o* neleží v rovine *k*.

Výstup: ***globoid***

$$x(u) = a + r\cos u$$
$$y(u) = -r\sin\alpha \sin u \quad a > 0, r > 0, u \in \langle 0, 2\pi \rangle$$
$$z(u) = r\cos\alpha \sin u$$

$$x(u,v) = a\cos v + r\cos u\cos v + r\sin\alpha \sin u \sin v$$
$$y(u,v) = a\sin v + r\cos u \sin v - r\sin\alpha \sin u\cos v$$
$$z(u,v) = r\cos\alpha \sin u$$
$$u, v \in \langle 0, 2\pi \rangle$$





Poznámka: Tvoriacou čiarou κ globoidu je kružnica $k(S,r)$, so stredom v bode $S = [a,0,0]$, pre $a > 0, r > 0$, otočená okolo súradnicovej osi *x* o uhol $\alpha \in (0,\pi) - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$.

__Kvadratické rotačné plochy__

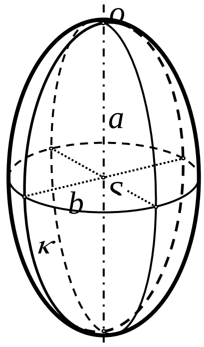
Tvoriaca čiara κ je regulárna kužeľosečka a podľa typu kužeľosečky vznikne rotačná plocha:

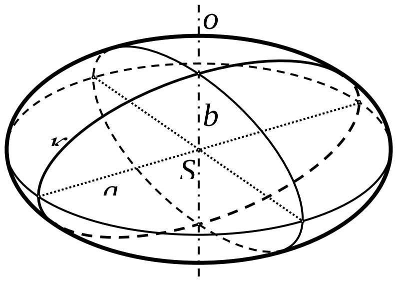
• elipsa : ***rotačný elipsoid***

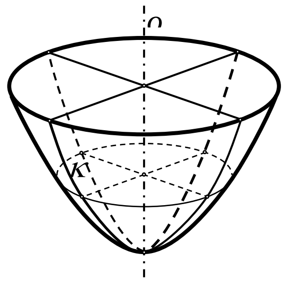
• parabola : ***rotačný paraboloid***

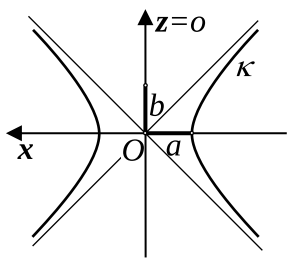
• hyperbola : ***rotačný hyperboloid 1-dielny*** (os rotácie je totožná s vedľajšou osou hyperboly)

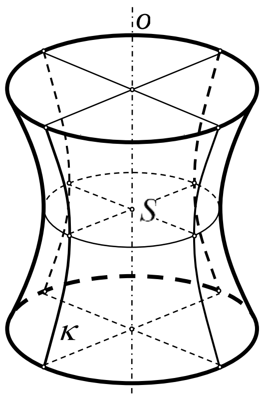
• hyperbola : ***rotačný hyperboloid 2-dielny*** (os rotácie je totožná s hlavnou osou hyperboly)

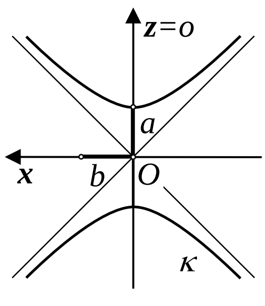


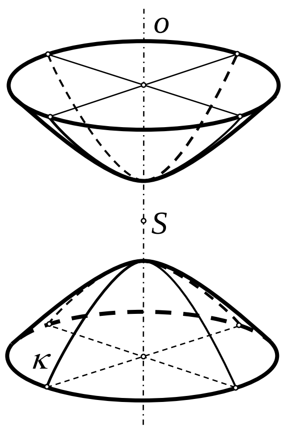












Príklad : Parametrické rovnice u – krivky, incidujúcej so súradnicovou rovinou xz :

• elipsa: $x(u) = a\cos u, y(u) = 0, z(u) = b\sin u, u \in \langle 0, 2\pi \rangle$

• parabola : $x(u) = u, y(u) = 0, z(u) = b\frac{u^2}{a^2}, u \in \langle -a, a \rangle$

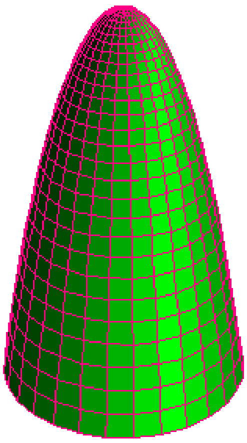
• parabola : $x(u) = u, y(u) = 0, z(u) = b(1 - \frac{u^2}{a^2}), u \in \langle -a, a \rangle$

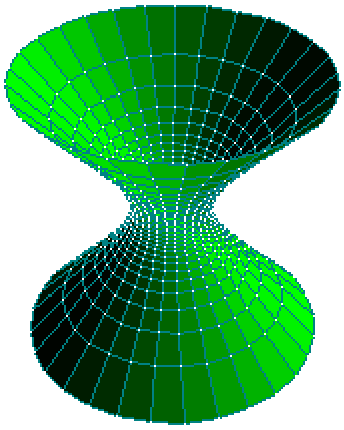
• hyperbola : $x(u) = \frac{a}{\cos u}, y(u) = 0, z(u) = b\tan u, u \in \left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right), a, b \neq 0$

• hyperbola : $x(u) = b\tan u, y(u) = 0, z(u) = \frac{a}{\cos u}, u \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right), a, b \neq 0$

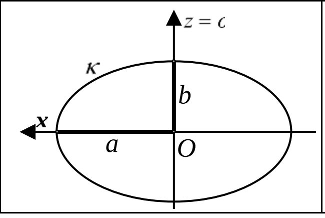
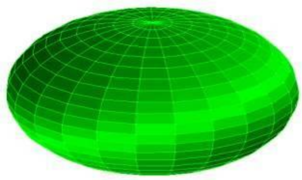
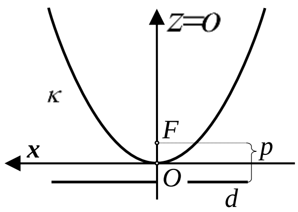
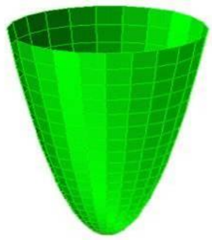
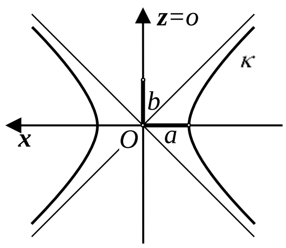
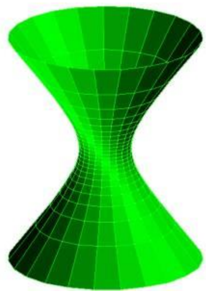
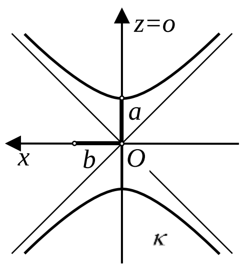
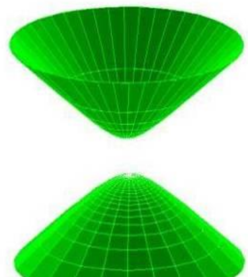
Napr. • parabola : $x(u) = u, y(u) = 0, z(u) = 3(1 - u^2/4), u \in \langle 0, 1 \rangle$

• hyperbola : $x(u) = \frac{1}{\cos u}, y(u) = 0, z(u) = 1\tan u, u \in \langle -1.3, 1.3 \rangle$





Vstup: **čiara κ** - ***kužeľosečka k***

• *k* je elipsa. Výstup: ***rotačný elipsoid*** (predĺžený, sploštený – obrázok)			
$x(u) = a\cos u$ $y(u) = 0$ $z(u) = b\sin u$ $a \neq b, a, b > 0, u \in \langle 0, 2\pi \rangle$		$x(u,v) = a\cos u.\cos v$ $y(u,v) = a\cos u.\sin v$ $z(u,v) = b\sin u$ $u, v \in \langle 0, 2\pi \rangle$	
• *k* je parabola. Výstup: ***rotačný paraboloid***			
$x(u) = u$ $y(u) = 0$ $z(u) = \dfrac{u^2}{2p}$ $p > 0, u \in \mathbb{R}$.		$x(u,v) = u.\cos v$ $y(u,v) = u.\sin v$ $z(u,v) = \dfrac{u^2}{2p}$ $u \in \mathbb{R}, v \in \langle 0, 2\pi \rangle$	
• *k* je hyperbola. Výstup: ***rotačný hyperboloid*** (jednodielny)			
$x(u) = \dfrac{a}{\cos u}$ $y(u) = 0$ $z(u) = b\tan u$ $a \neq 0, b \neq 0$ $u \in \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$		$x(u,v) = \dfrac{a}{\cos u}.\cos v$ $y(u,v) = \dfrac{a}{\cos u}.\sin v$ $z(u,v) = b\tan u$ $u \in \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$ $v \in \langle 0, 2\pi \rangle$	
Výstup: ***rotačný hyperboloid*** (dvojdielny)			
$x(u) = b\tan u$ $y(u) = 0$ $z(u) = \dfrac{a}{\cos u}$ $a \neq 0, b \neq 0$ $u \in \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right) \cup \left(\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{2}\right)$		$x(u,v) = b\tan u.\cos v$ $y(u,v) = b\tan u.\sin v$ $z(u,v) = \dfrac{a}{\cos u}$ $u \in \left(\dfrac{k\pi}{2}, \dfrac{(k+2)\pi}{2}\right)$ $k \in \mathbb{Z}, v \in \langle 0, 2\pi \rangle$	

Všeobecné rotačné plochy

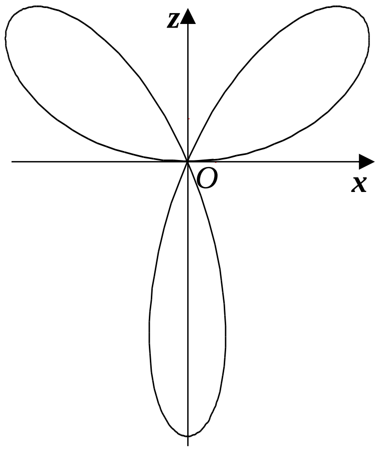
Tvoriaca čiara κ je funkciou parametra u, t.j. poznáme parametrické rovnice tvoriacej čiary:

$$x = x(u) \qquad y = y(u) \qquad z = z(u) \qquad u \in U$$

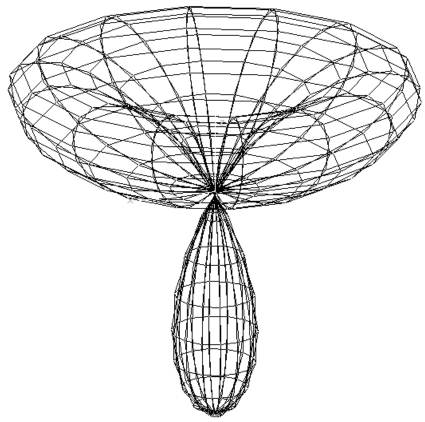
Príklady: uvedené sú parametrické rovnice tvoriacej čiary a rotačnej plochy:

Ruža

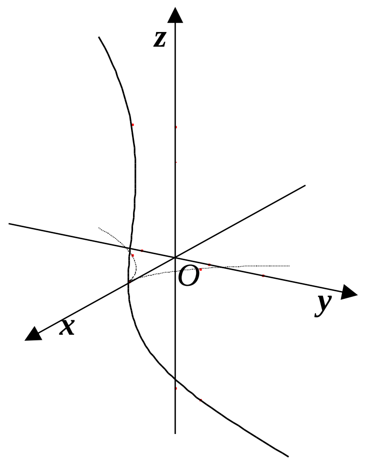
$$x(u) = 2*\sin(3*u)*\cos(u)$$
$$y(u) = 0 \qquad ,$$
$$z(u) = 2*\sin(3*u)*\sin(u)$$
$$u \in \langle 0, 2\pi \rangle$$



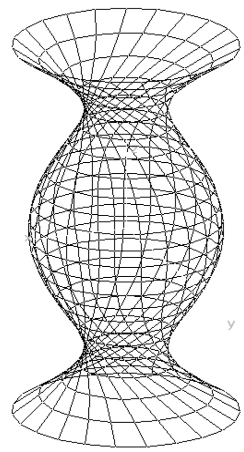
$$x(u,v) = a.\sin bu.\cos u.\cos v$$
$$y(u,v) = a.\sin bu.\cos u.\sin v \;,$$
$$z(u,v) = a.\sin bu.\sin u$$
$$a, b \in \mathbb{R}, u, v \in \langle 0, 2\pi \rangle$$



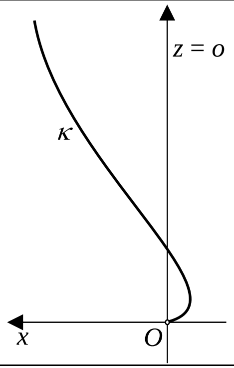
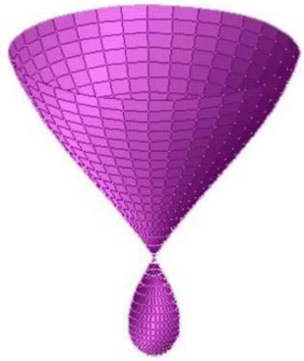
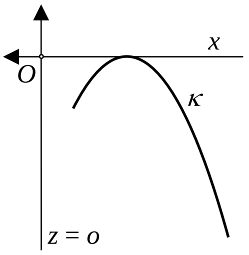
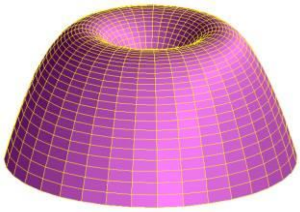
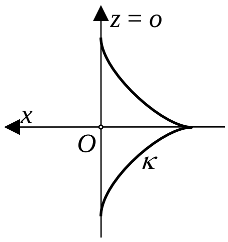
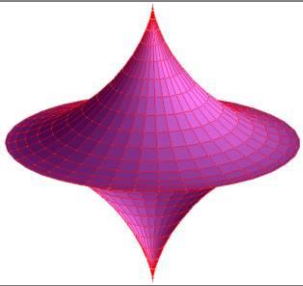
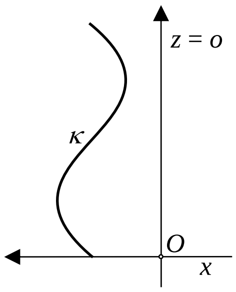
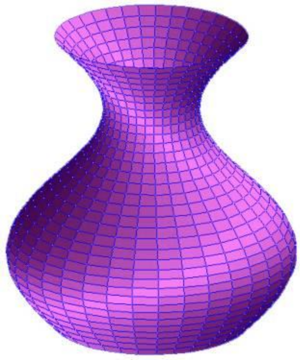
$$x(u) = \cos(u)$$
$$y(u) = \sin(u) - u \,,$$
$$z(u) = u$$
$$u \in \langle -2, 2 \rangle$$



$$x(u,v) = \cos u \cos v - (\sin u - u)\sin v$$
$$y(u,v) = \cos u \sin v + (\sin u - u)\cos v \,,$$
$$z(u,v) = u$$
$$u \in \mathbb{R}, v \in \langle 0, 2\pi \rangle$$



<u>Výstup:</u> **rotačná plocha** – rôzne typy rotačných plôch (vyjadrené parametrickými rovnicami)

<table>
<tr><td>1.
$x(u)=2u\cos u$
$y(u)=0$
$z(u)=u^2-2\cos u$
$u\in\langle 0,\pi\rangle$</td><td></td><td>$x(u,v)=2u\cos u.\cos v$
$y(u,v)=2u\cos u.\sin v$
$z(u,v)=u^2-2\cos u$
$u\in\langle 0,\pi\rangle, v\in\langle 0,2\pi\rangle$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">2. κ je kvadratická funkcia</td></tr>
<tr><td>$x(u)=u+3$
$y(u)=0$
$z(u)=-\frac{u^2}{2}$
$u\in\langle -2;3,5\rangle$</td><td></td><td>$x(u,v)=(u+3)\cos v$
$y(u,v)=(u+3)\sin v$
$z(u,v)=-\frac{u^2}{2}$
$u\in\langle -2;3,5\rangle, v\in\langle 0,2\pi\rangle$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">3. κ je asteroida</td></tr>
<tr><td>$x(u)=2\cos^3 u$
$y(u)=0$
$z(u)=2\sin^3 u$
$u\in\left\langle -\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right\rangle$</td><td></td><td>$x(u,v)=2\cos^3 u.\cos v$
$y(u,v)=2\cos^3 u.\sin v$
$z(u,v)=2\sin^3 u$
$u\in\left\langle -\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right\rangle$
$v\in\langle 0,2\pi\rangle$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">4. κ je funkcia sínus</td></tr>
<tr><td>$x(u)=2+\sin u$
$y(u)=0$
$z(u)=u$
$u\in\langle 0,2\pi\rangle$</td><td></td><td>$x(u,v)=(2+\sin u).\cos v$
$y(u,v)=(2+\sin u).\sin v$
$z(u,v)=u$
$u,v\in\langle 0,2\pi\rangle$</td><td></td></tr>
</table>

Bèzierova kubická krivka

Určujúci polygón tvoria vrcholy:

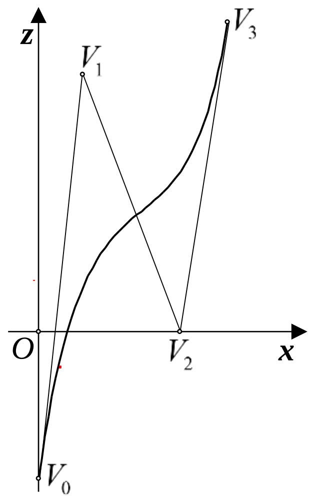
$V_0 = [0,-4], V_1 = [1,5], V_2 = [3,0], V_3 = [4,6]$

$x(u) = -2*u\wedge 3 + 3*u\wedge 2 + 3*u$

$y(u) = 0$

$z(u) = 25*u\wedge 3 - 42*u\wedge 2 + 27*u - 4$

$u \in \langle 0,1 \rangle$

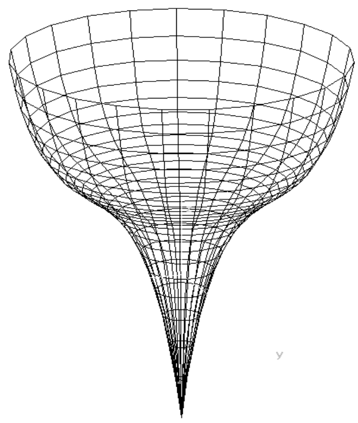


$x(u,v) = \left(-2u^3 + 3u^2 + 3u\right)\cos v$

$y(u,v) = \left(-2u^3 + 3u^2 + 3u\right)\sin v$

$z(u,v) = 25u^3 - 42u^2 + 27u - 4$

$u \in \square, v \in \langle 0, 2\pi \rangle$



Rotačné plochy v architektúre a dizajne:

Priamkové rotačné plochy

Valcová a kužeľová plocha

Shin Takamatsu
Kunibiki Messe
Shimane, Japonsko
1993

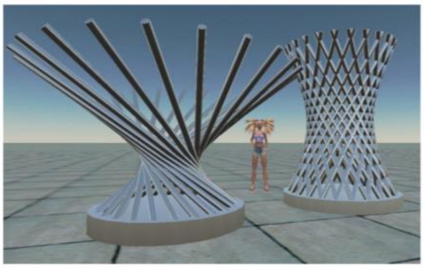
http://ojisanjake.blogspot.com/2010/06/atrium-at-kunibiki-messe.h

Jednodielny rotačný hyperboloid

Gerber Architekten
Burj Al-Taqa – Energy Tower
Návrh stavby

http://www.archispass.org/index.php?s=mre

Jednodielny rotačný hyperboloid – aplikácie v dizajne



http://xahlee.org/surface/hyperboloid1/hyperboloid1.html

http://www.momastore.org/museum/moma/ProductDisplay_Satellite%20Bowl_10451_10001_49586_-1_26669_26673_47604

Cyklické rotačné plochy

Guľová plocha

Shin Takamatsu
Business center
Tbilisi

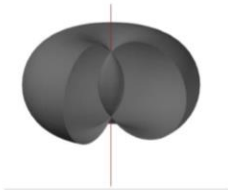
http://www.takamatsu.co.jp/en/project_detail.php?id=109

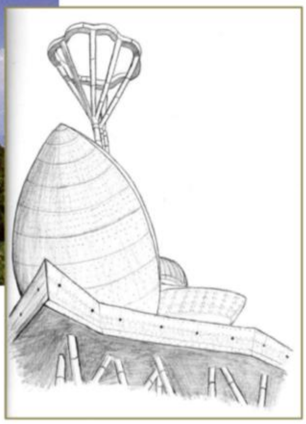
Guľová plocha

Luis De Garrido
Eye Of Horus, Eco-House
Sedir Adasi Island, Turkey

http://bydleni.idnes.cz/naomi-campbellove-se-splnil-sen-bude-bydlet-v-oku-boha
-hora-pn3-/architektura.aspx?c=A110926_152223_architektura_web

Časť anuloidu (melonoidu) – os rotácie je v šikmej polohe.





Takasaki Masaharu
Astronomical Museum
Kihoku-cho, Japan

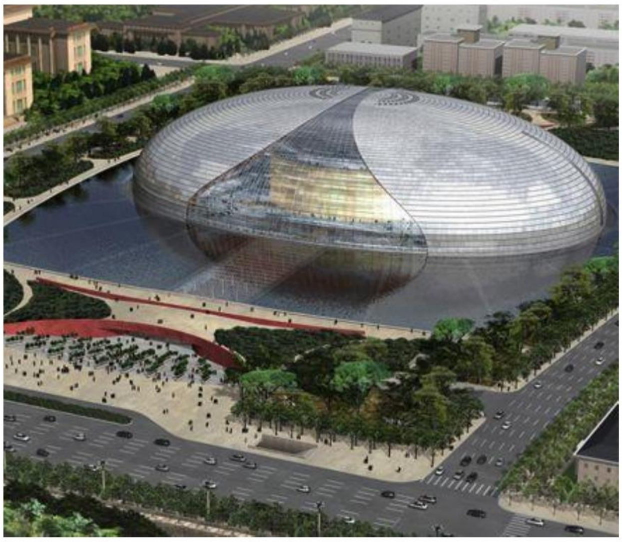
http://binarysimulacra.files.wordpress.com/2011/01/masaharu_big.jpg

Časť anuloidu

Santiago Calatrava
Telekominikačná veža Montjuic
Barcelona, Španielsko
Olypiáda 1992

Kvadratické rotačné plochy

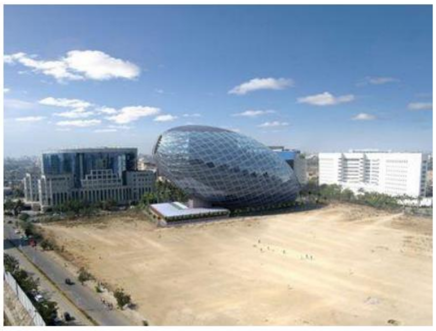
Rotačný elipsoid sploštený



PAUL ANDREU
National Theatre
Peking, Čína

http://images.businessweek.com/ss/05/12/china_wonders/source/11.htm

Rotačný elipsoid predĺžený so šikmou osou

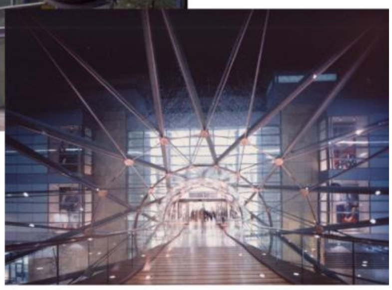


http://www.jameslawcybertecture.com/html5/

Jednodielny rotačný hyperboloid

Oscar Niemeyer
Katedrála v Brazílii

http://0.tqn.com/d/architecture/1/0/1/x/MetropolitanCathedral.jpg



Jednodielny rotačný hyperboloid
s vodorovnou osou

Corporation Street Footbridge
Manchester

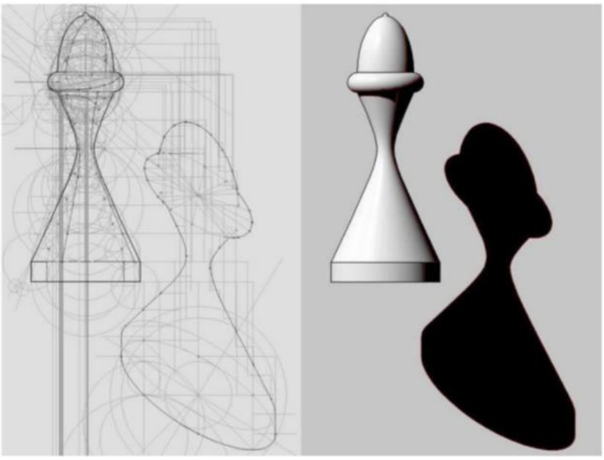
http://www.hodderandpartners.com/projects/corporation-street-bridge-manchester

Rotačný paraboloid

Shin Takamatsu
Tamayu health spa
Shimane, Japan

http://www.takamatsu.co.jp/en/project_detail.php?id=199

Použité plochy: rotačná valcová plocha, jednodielny rotačný hyperboloid, anuloid, rotačný elipsoid, guľová plocha.



ŠACHOVÁ FIGÚRKA
Strelec na E5

Jana Haluzová,
Hana Matoušková,
František Roztočil

http://mat.fsv.cvut.cz/geometrie/galerie02.html