

Zadania k téme:

Hermitova kubika

1. Napíšte parametrické vyjadrenie Hermitovej kubiky pre vstupnú dátovú štvoricu
a) $\mathbf{R}_0(0,0)$, $\mathbf{R}_1(1,0)$, $\mathbf{r}_0'(1,1)$, $\mathbf{r}_1'(0,-1)$ a načrtnite graf krivky
b) $\mathbf{R}_0(0,0,0)$, $\mathbf{R}_1(1,1,1)$, $\mathbf{r}_0'(1,0,0)$, $\mathbf{r}_1'(0,1,0)$.
c) v a) zmeňte $\mathbf{r}_1'(2,2)$ a porovnajajte grafy
2. Nech $x(t) = t + t^2 - t^3$, $y(t) = t - t^2$, je parametrické vyjadrenie Hermitovej kubiky. Určite dátovú štvoricu.
3. Určite hermitovské derivácie a vypočítajte vektory z príkladu 1a) a 1b) pre $t = 1/3$, $\mathbf{h}(1/3)$, $\mathbf{h}'(1/3)$, $\mathbf{h}''(1/3)$. Graficky ilustrujte.
4. Neuniformovaný Hermitov segment (modifikácie tvaru v materiáli o modelovaní Hermitovej krivky).
5. Vyčísl'ovacie algoritmy (podklady – materiál).

Bezierove krivky

1. Nech $\mathbf{V}_0(0,0)$, $\mathbf{V}_1(1,3)$, $\mathbf{V}_2(3,3)$, $\mathbf{V}_3(4,0)$ sú riadiace body. Napíšte parametrické vyjadrenie Bezierovej kubiky. Vypočítajte súradnice bodu na Bezierovej krivke pre $t = 1/3$ a dotyčnicu krivky v tomto bode. Graficky ilustrujte.
2. Napíšte parametrické vyjadrenie Bezierovej kubiky s riadiacimi bodmi: $\mathbf{V}_0(1,1)$, $\mathbf{V}_1(0,2)$, $\mathbf{V}_2(3,1)$, $\mathbf{V}_3(2,1)$
 - presvedčte sa, že krajné body \mathbf{V}_0 a \mathbf{V}_3 ležia na krivke
 - ukážte numericky, že priamky $\mathbf{V}_0\mathbf{V}_1$, resp. $\mathbf{V}_2\mathbf{V}_3$ sú dotyčnicami v bodoch \mathbf{V}_0 resp. \mathbf{V}_3
3. Napíšte parametrické vyjadrenie Bezierovej kubiky k riadiacim bodom: $\mathbf{V}_0(2,2,4)$, $\mathbf{V}_1(4,3,0)$, $\mathbf{V}_2(0,7,1)$, $\mathbf{V}_3(1,8,1)$. Načrtnite graf krivky.
4. Nech $x(t) = 2t^3 - 3t^2 + 3t - 1$, $y(t) = 6t^3 - 9t^2 + 3t$, $t \in \langle 0,1 \rangle$, je parametrické vyjadrenie kubickej krivky. Určite jej dátovú štvoricu pre Bezierovu kubiku. Nakreslite graf Bezierovej krivky.
5. Zapište krivku $(2-3t-4t^2+7t^3, -4+8t-5t^3)$ v Bezierovom tvare.
6. Zapište Bezierovu kubiku s riadiacimi bodmi $\mathbf{V}_0(2,-1)$, $\mathbf{V}_1(5,2)$, $\mathbf{V}_2(7,3)$, $\mathbf{V}_3(6,-1)$ v nominálnom tvare.
7. Dokážte, ak riadiace body $\mathbf{V}_0\mathbf{V}_1\mathbf{V}_2\mathbf{V}_3$ sú kolineárne, tak Bezierova kubika je úsečka.
8. Určite riadiace body obrazu Bezierovej kubiky s riadiacimi bodmi $\mathbf{V}_0(0,0)$, $\mathbf{V}_1(2,1)$, $\mathbf{V}_2(3,-1)$, $\mathbf{V}_3(1,-2)$ ak použijete tieto afinné transformácie
a) vektor posunutia $(3,4)$
b) otočenie okolo začiatku súradnicovej sústavy o uhol $\pi/2$, proti smeru hodinových ručičiek.
Pre každú transformáciu nakreslite obraz Bezierovej krivky aj riadiaceho polygónu.
9. Nech $\mathbf{V}_0(0,0)$, $\mathbf{V}_1(1,3)$, $\mathbf{V}_2(5,4)$, $\mathbf{V}_3(2,1)$ sú riadiace body Bezierovej kubiky $\mathbf{b}(t)$. Určite

jej parametrické vyjadrenie a vyčísľite $\mathbf{b}(0)$, $\mathbf{b}(1/2)$, $\mathbf{b}(1)$.

10. Bezierova kubika má riadiace body $\mathbf{V}_0 (1,1)$, $\mathbf{V}_1 (2,7)$, $\mathbf{V}_2 (8,6)$, $\mathbf{V}_3 (12,2)$. Vypočítajte bod na krivke $\mathbf{b}(1/4)$ Casteljuaovým algoritmom. Graficky ilustrujte.
11. Nech $\mathbf{V}_0 (1,0)$, $\mathbf{V}_1 (3,3)$, $\mathbf{V}_2 (5,5)$, $\mathbf{V}_3 (7,2)$ sú riadiace body Bezierovej kubiky. Vypočítajte súradnice bodu krivky $\mathbf{b}(0,25)$
 - a) Casteljuaovým algoritmom
 - b) dosadením $t = 0,25$ do Bezierovho vyjadrenia krivky
 - c) načrtnite konštrukciu bodov pri Casteljuaovom algoritme
12. Bezierova kubika $\mathbf{b}(t)$ má riadiace body $\mathbf{V}_0 (0,3; 0,1)$; $\mathbf{V}_1 (0,9; 0,6)$, $\mathbf{V}_2 (1,3; -0,1)$, $\mathbf{V}_3 (0,7; -0,4)$
 - a) použite Casteljuaov algoritmus na vyčíslenie bodu $\mathbf{b}(1/3)$
 - b) zapíšte riadiace body, ktoré určujú ľavú a pravú časť krivky pri prerozdeľovaní krivky pre $t = 1/3$.
13. Aplikujte Casteljuaov algoritmus pre $t = 1/3$ na Bezierovu kubiku s riadiacimi bodmi $\mathbf{V}_0 (2,7,4)$, $\mathbf{V}_1 (4,6,5)$, $\mathbf{V}_2 (5,8,4)$, $\mathbf{V}_3 (3,5,3)$. Určite $\mathbf{b}(1/3)$ a riadiace body dvoch krivkových segmentov pri prerozdeľovaní krivky pre $t = 1/3$.