

Písomná domáca úloha

19. apríl 2023 – 5. máj 2023

Pokyny k úlohe

Na získanie plného počtu bodov je potrebné uviesť všetky výpočty, dostatočne ich komentovať a ilustrovat', kde je to vhodné.

Pri výpočtoch budete potrebovať kalkulačky alebo výpočtový softvér. Počas výpočtov stačí používať zaokrúhľovanie na tri desatinné miesta.

Pokiaľ v zadaní chýbajú potrebné vstupné údaje, môžete si ich zmysluplne dodefinovať. Vašu voľbu v odovzdanom riešení uveďte.

Vaše riešenia môžete odovzdať osobne na cvičení, poslať ako dostatočne kontrastnú a ostrú (t. j. dobre čitateľnú) fotografiu alebo ako natexovaný pdf súbor. V posledných dvoch prípadoch súbory nahrávate do príslušného priečinka. Vo všetkých prípadoch uveďte na začiatku riešenia svoje meno.

1. **2b** Vypočítajte plošný obsah plochy $\mathcal{T} := \mathcal{S} \cap \mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3$, kde

$$\mathcal{S} := \{(x, y, z)^\top \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 - 9 = 0\},$$

$$\mathcal{P}_1 := \{(x, y, z)^\top \in \mathbb{R}^3 \mid z \geq 2\},$$

$$\mathcal{P}_2 := \{(x, y, z)^\top \in \mathbb{R}^3 \mid z \leq 3\},$$

$$\mathcal{P}_3 := \{(x, y, z)^\top \in \mathbb{R}^3 \mid y \geq -1\}.$$

2. **2b** Uvažujme trojuholník $\triangle KLM$ (obsahujúci svoje vnútro), kde

$$K = (0, 0, 0)^\top, L = (-5, 5, 1)^\top, M = (5, -5, 2)^\top,$$

a sféru \mathcal{S} (so svojím vnútrom) so stredom v bode $C = (0, 0, 1)^\top$ a polomerom $r = 3$. Rozhodnite, či body $P = (-1, 1, 2)^\top, Q = (1, -1, 1)^\top, R = (0, 0, 1)^\top$ a $S = (2, 2, 0)^\top$ ležia v prieniku $\triangle KLM \cap \mathcal{S}$. Svoje tvrdenia zdôvodnite.

3. **2b** Uvažujme scénu, v ktorej slnko osvetľuje sedlovitý terén. Reprezentujme slnko bodom $L = (3, 1, 6)^\top$ a terén ako množinu všetkých bodov $(x, y, z)^\top \in \mathbb{R}^3$ takých, že

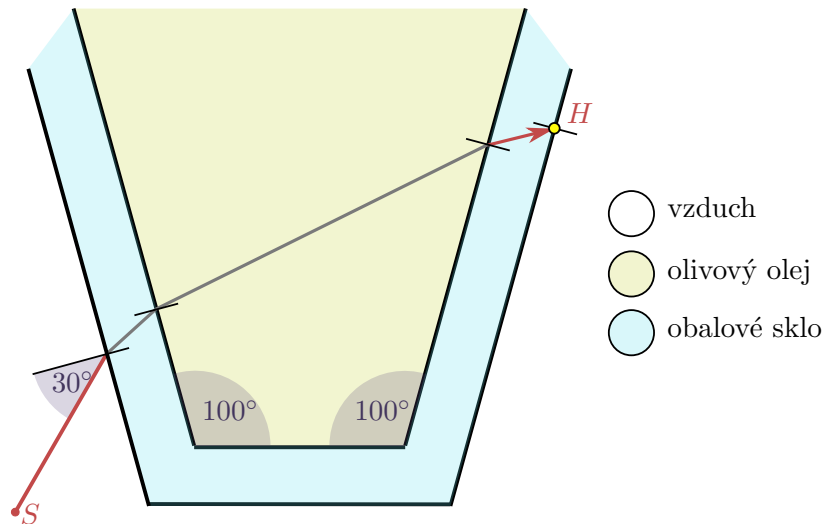
$$x - \frac{y^2}{4} + z^2 = 0.$$

Nájdite všetky body terénu s maximálnou možnou intenzitou, ak je vytieňovaný pomocou lambertovského odrazu.

4. **2b** Uvažujme pohár s dostatočnou výškou vyrobený z **obalového skla**, ktorý je naplnený **olivovým olejom** a je umiestnený vo **vzduchu**. Uvažujme lúč, začínajúci v bode S , ktorý cestuje scénou, až kým nenarazí na bod H , ako vidieť na obrázku.

Vypočítajte uhol odrazu v bode H . Taktiež rozhodnite, či sa lúč v bode H lomí. Ak áno, vypočítajte uhol lomu, v opačnom prípade uveďte argument, vysvetľujúci vaše tvrdenie.

Všetky ostatné informácie sú uvedené na obrázku, ktorý zámerne nezobrazuje presné miery. Využite online zdroje na zistenie čo najpresnejších potrebných charakteristík použitých materiálov.



5. **4b** Určte farbu červeného pixela na obrázku, ktorý vznikol rasterizáciou ihlana, zadaného vrcholmi

$$V_0 = (0, 0, 0), V_1 = (1, 0, 0), V_2 = (0, 1, 0), V_3 = (1, 1, 0), V_4 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2\right),$$

využitím Phongovho osvetlenia a Phongovho tieňovania. Uvažujme vektor svetelného lúča \vec{l} a vektor pohľadového lúča \vec{v} s hodnotami $\vec{l} = (7/4, 5/4, 1)$ and $\vec{v} = (7/4, 9/4, 0)$. Ihlan je vybrúsený z jadeitu (uvažujeme nepriehľadný materiál, t. j. nedochádza k lomu), pre ktorý platí:

$$\begin{aligned} k_a &= (0.135, 0.2225, 0.1575), \\ k_d &= (0.54, 0.89, 0.63), \\ k_s &= (0.316228, 0.316228, 0.316228), \\ n_s &= 12.8. \end{aligned} \tag{1}$$

RGB farba bodového svetelného zdroja je $(1.0, 1.0, 0.9)$ a príslucha jej ambientný koeficient 10%.

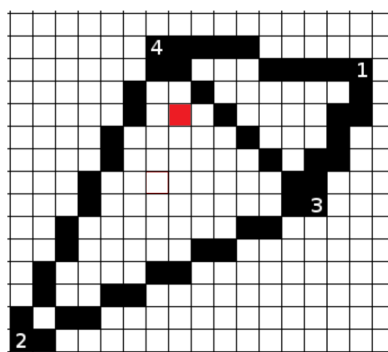


Fig. 1: Čísla určujú indexy príslušných vrcholov.