

AFINNÉ TRANSFORMÁCIE

Grafické systémy, vizualizácia a multimédiá

Marcel Makovník,
KAG, FMFI UK

Afinné transformácie v 3D

- Posunutie a škálovanie idú priamočiaro z 2D:

$$\bullet \mathbf{T}_{(t_x, t_y, t_z)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{S}_{(s_x, s_y, s_z)} = \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Afinné transformácie v 3D

- Pri rotácii vieme priamočiarym spôsobom získať otáčanie okolo súradnicových osí:

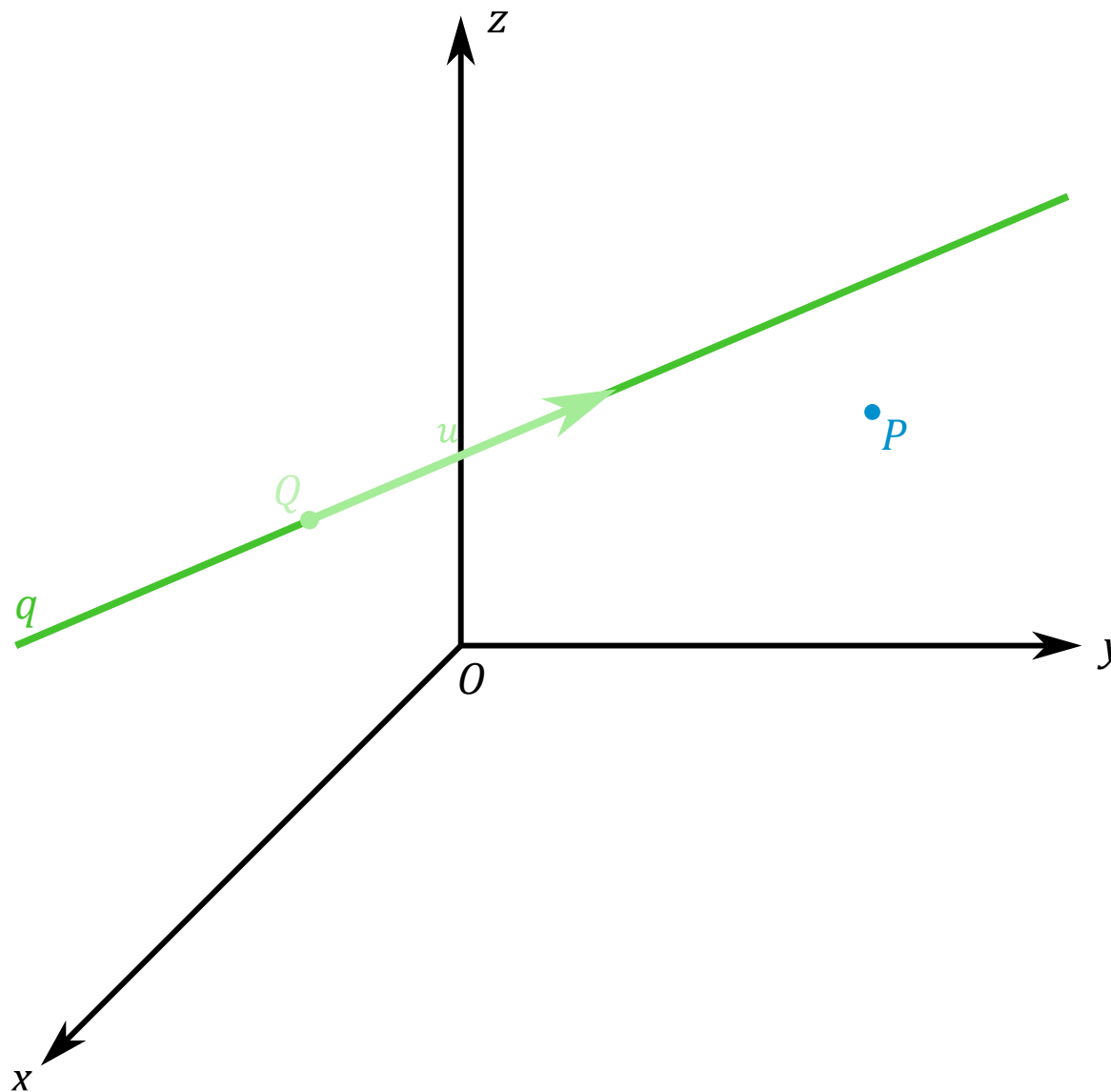
$$\bullet \mathbf{R}_{\phi,x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\phi,y} = \begin{pmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \mathbf{R}_{\phi,z} = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

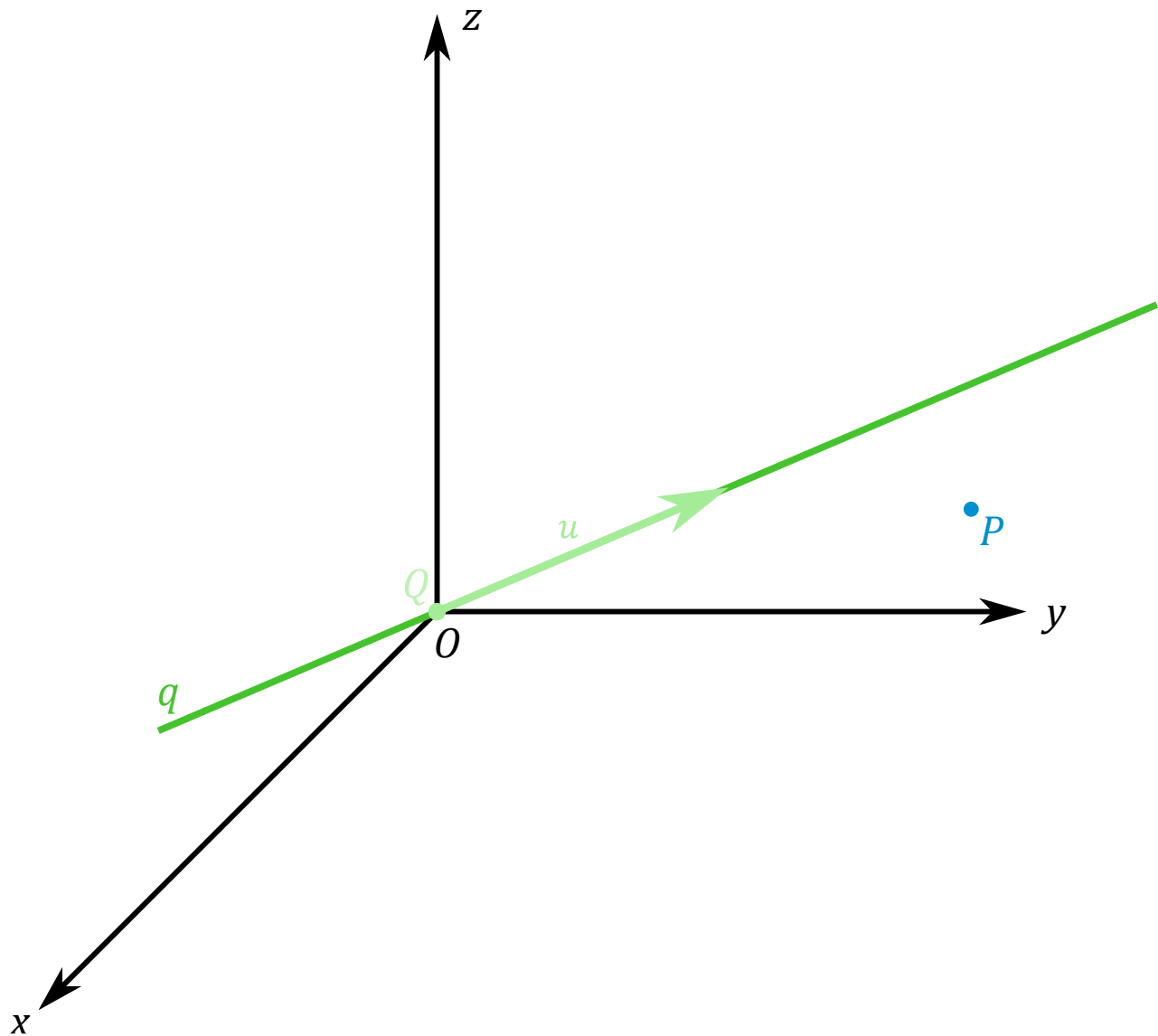
Rotácia okolo všeobecnej priamky

- Máme zadaný bod P , ktorý chceme otočiť o uhol ϕ okolo priamky
 $q: \vec{x}(t) = Q + t\vec{u}$
- Výstupom bude bod $\mathbf{R}_\phi(P)$.



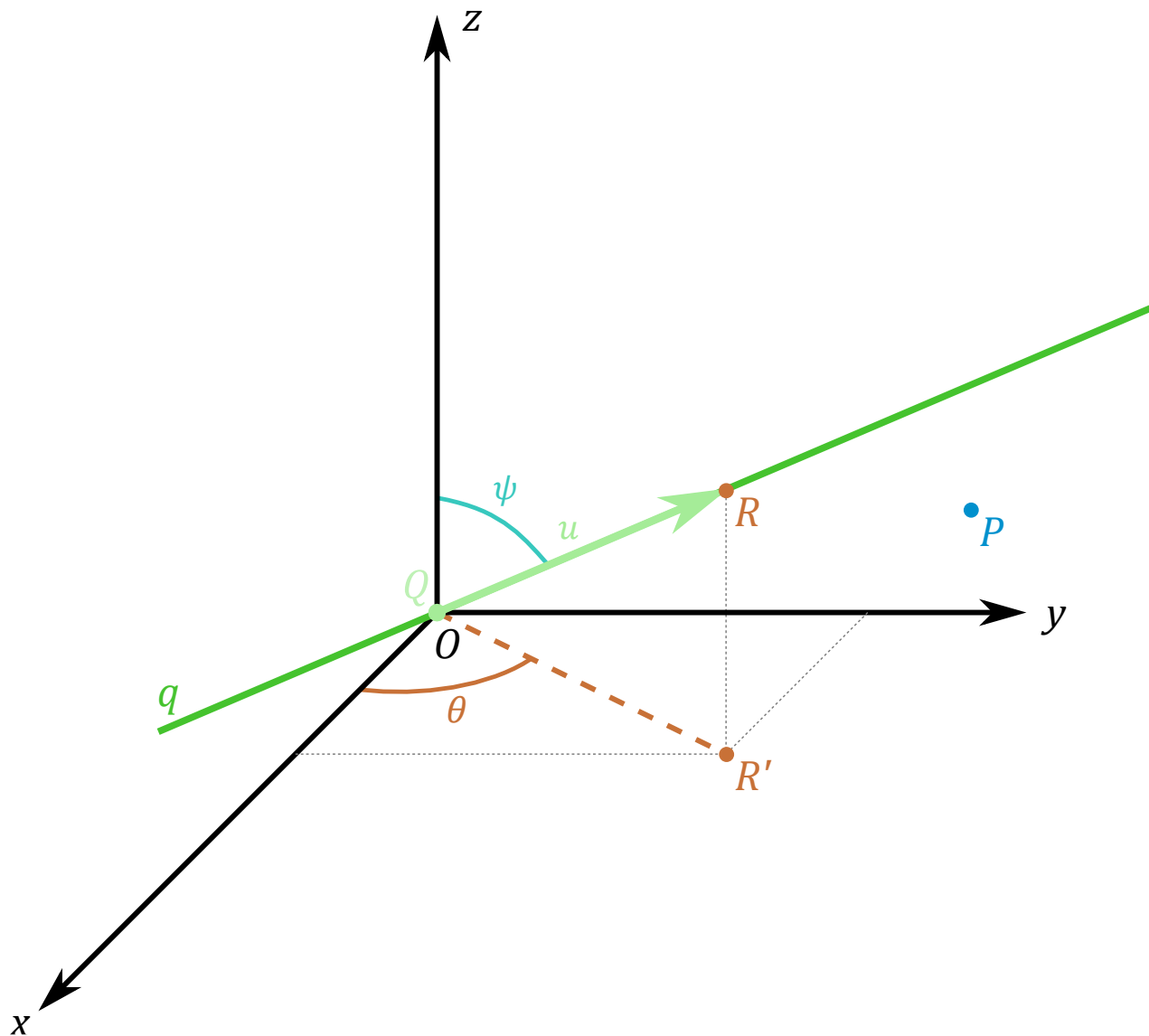
Rotácia okolo všeobecnej priamky

- Urobíme posunutie tak, aby bod Q splýval s počiatkom súr. sústavy O .



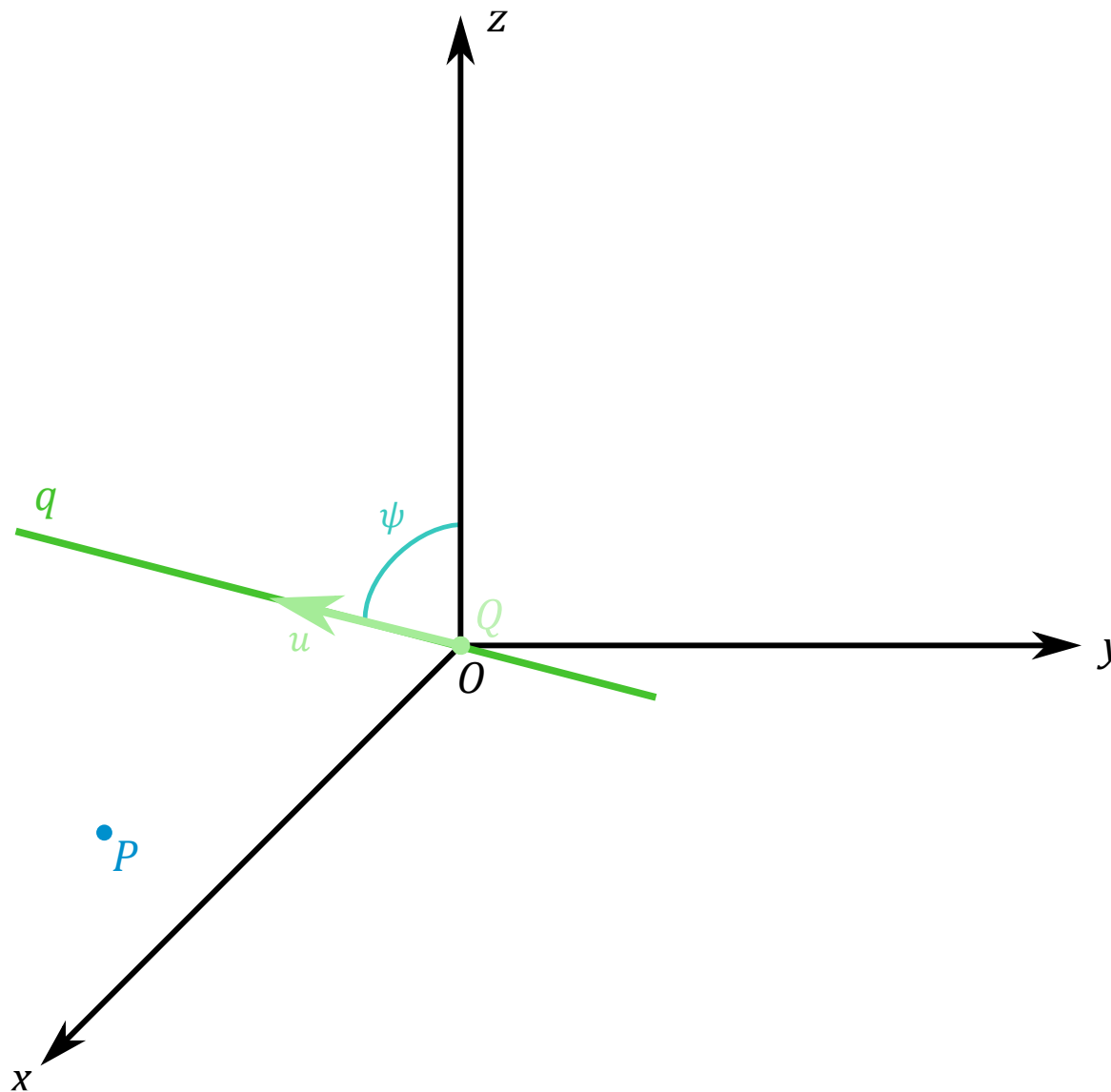
Rotácia okolo všeobecnej priamky

- Priamka q teda zvierá uhol ψ s osou z .
- Kolmým premietnutím bodu $R = Q + \vec{u}$ do roviny xy získame bod R' .
- Pomocou neho vieme získať uhol θ .



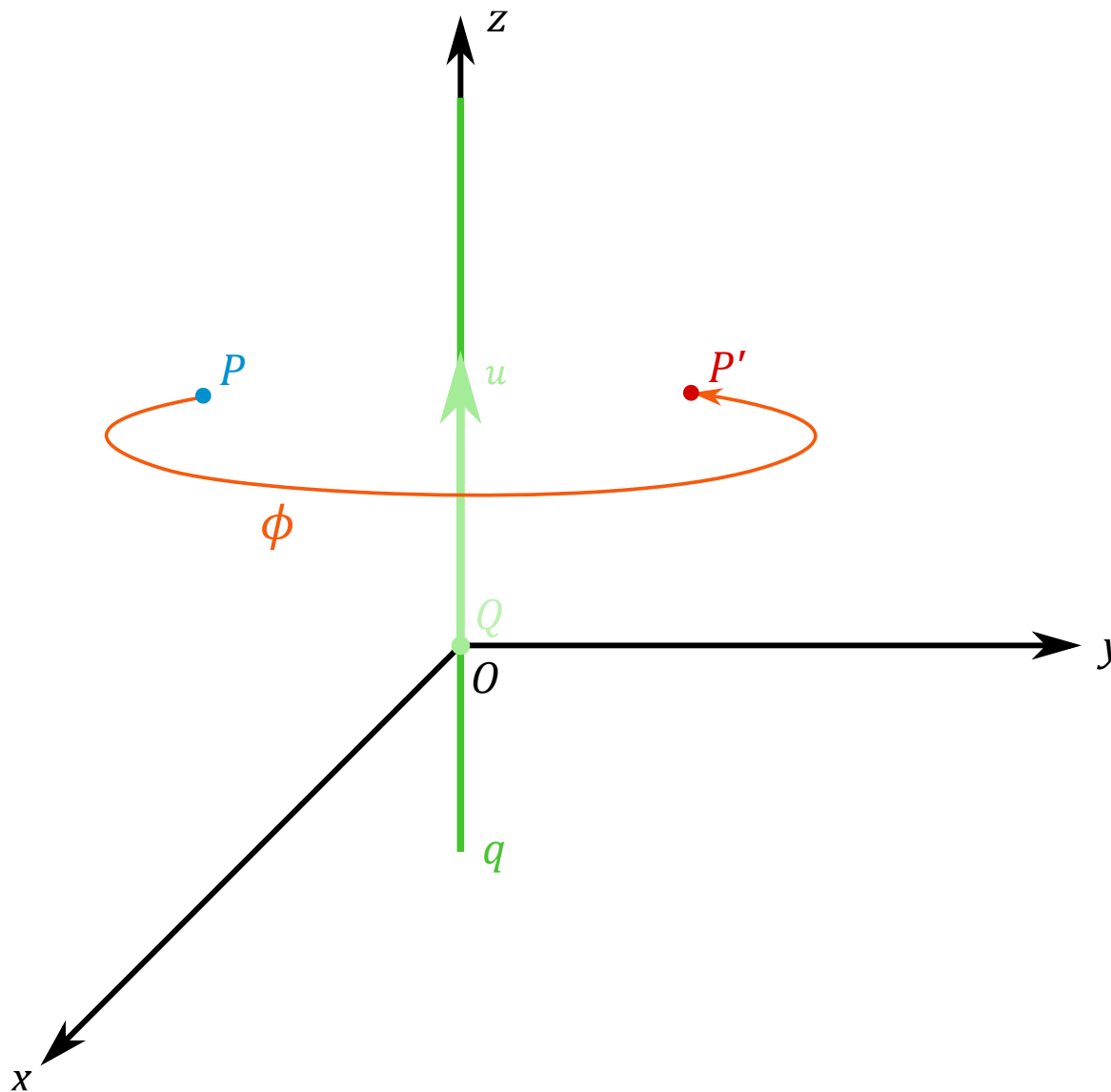
Rotácia okolo všeobecnej priamky

- Teraz priamku q otočíme o uhol $-\theta$ okolo osi z , aby ležala celá v rovine xz .
- V tejto fáze bod P nemusí ležať v rovine xz .



Rotácia okolo všeobecnej priamky

- Teraz priamku q otočím okolo osi y o uhol $-\psi$, aby sme ju stotožnili s osou z .
- Konečne, môžeme vykonať rotáciu bodu P okolo osi z o uhol ϕ .
- Bod P' však ešte nie je výsledkom „celkovej“ rotácie – **treba urobiť spätné transformácie!**



Rotácia okolo všeobecnej priamky

ZHRNUTIE:

- je potrebné urobiť nasledovné transformácie (v tomto poradí):

$$\mathbf{R}_\phi(P) = \mathbf{T}_{Q-O} \circ \mathbf{R}_{\theta,z} \circ \mathbf{R}_{\psi,y} \circ \mathbf{R}_{\phi,z} \circ \mathbf{R}_{-\psi,y} \circ \mathbf{R}_{-\theta,z} \circ \mathbf{T}_{O-Q}(P)$$