

AFINNÉ TRANSFORMÁCIE

Grafické systémy, vizualizácia a multimédiá

Marcel Makovník,
KAGDM, FMFI UK

Afinné zobrazenie / transformácia

DEFINÍCIA

Zobrazenie $f: E^n \rightarrow E^m$ medzi euklidovskými priestormi sa nazýva **afinné**, ak pre ľubovoľné dva body $A, B \in E^n$ platí:

$$f(A + t[B - A]) = f(A) + t[f(B) - f(A)].$$

Ak $E^n = E^m$, a zobrazenie f je bijektívne, hovoríme o **afinnej transformácii** priestoru E^n .

VETA

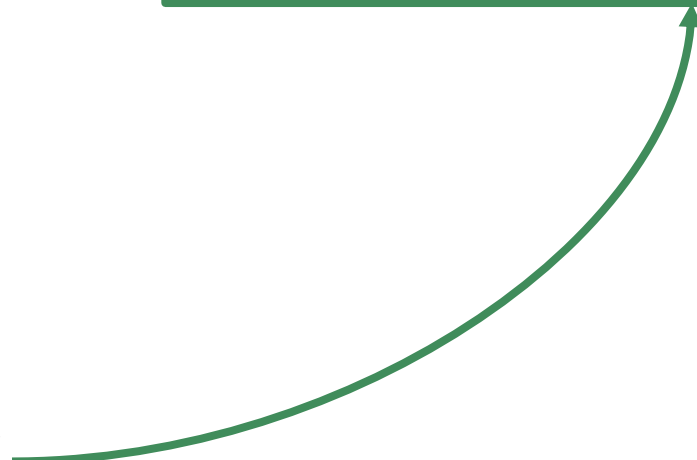
Zobrazenie vyjadrené v afinných súradniciach **sústavou lineárnych rovníc** je afinné.

Príklady afinných zobrazení

- Škálovanie
- Posunutie
- Rotácia
- Skosenie
- Súmernosť podľa osi
- Rovnobežné premietanie
- Stredové premietanie
- Zloženie afinných transformácií

VETA

Afinné transformácie euklidovského priestoru E^n tvoria grupu.



Škálovanie o faktor (s_x, s_y) (2D)

- Je dané rovnicami:

$$\begin{aligned}x' &= s_x x \\ y' &= s_y y\end{aligned}$$

- Matica škálovania (v rozšírených súradniciach):

$$\mathbf{S}_{(s_x, s_y)} = \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Posunutie o vektor (t_x, t_y) (2D)

- Je dané rovnicami:

$$\begin{aligned}x' &= x + t_x \\y' &= y + t_y\end{aligned}$$

- Matica posunutia (v rozšírených súradniciach):

$$\mathbf{T}_{(t_x, t_y)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Rotácia okolo počiatku o uhol φ (2D)

- Je daná rovnicami:

$$\begin{aligned}x' &= x \cos \varphi - y \sin \varphi \\y' &= x \sin \varphi + y \cos \varphi\end{aligned}$$

- Matica rotácie (v rozšírených súradniciach):

$$\mathbf{R}_\varphi = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Toto je rotácia proti smeru hodinových ručičiek – ako vyzerá v smere?

Súmernosť podľa osi x (2D)

- Je daná rovnicami:

$$\begin{aligned}x' &= -x \\ y' &= y\end{aligned}$$

- Matica súmernosti (v rozšírených súradniciach):

$$\mathbf{S}_x = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Ako vyzerá súmernosť podľa osi y ?

Skosenie v smere x (2D)

- Je dané rovnicami:

$$\begin{aligned}x' &= x + \lambda y \\ y' &= y\end{aligned}$$

- Matica skosenia (v rozšírených súradniciach):

$$\mathbf{H}_{x,\lambda} = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Ako vyzerá skosenie v smere y ? Čo robí skosenie s objektom?

Skladanie zobrazení

- Treba dodržiavať poradie jednotlivých zobrazení pri násobení matíc
- Ako vyzerá rotácia v 2D okolo ľubovoľného bodu?
- Ako škálovať objekt s pevným ťažiskom?