ZOBRAZOVACÍ KANÁL PRIENIK LÚČA S OBJEKTAMI

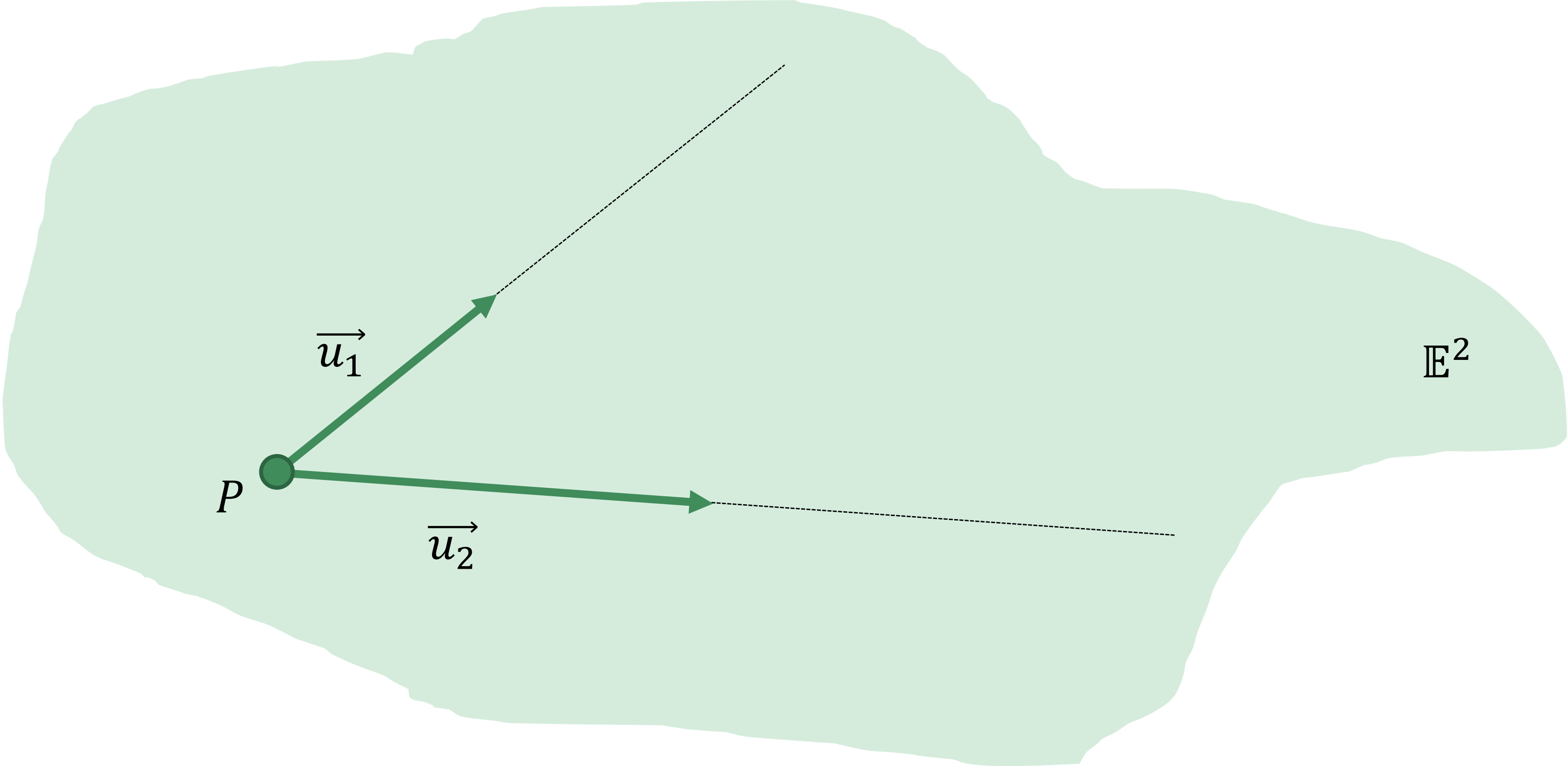
Grafické systémy, vizualizácia a multimédiá

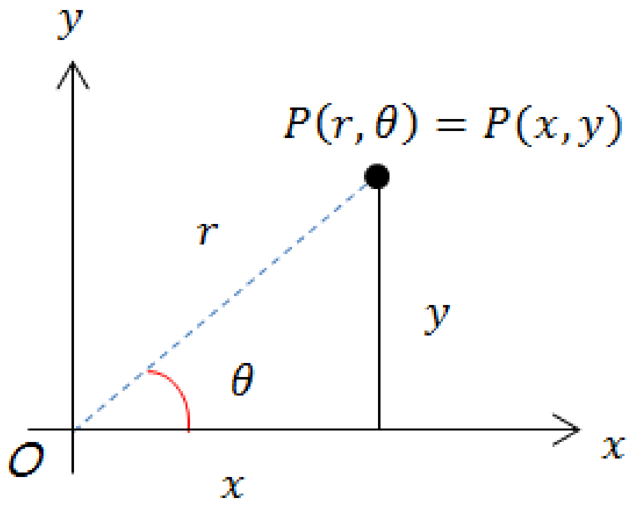
Marcel Makovník,

KAG, FMFI UK

Afinná súradnicová sústava

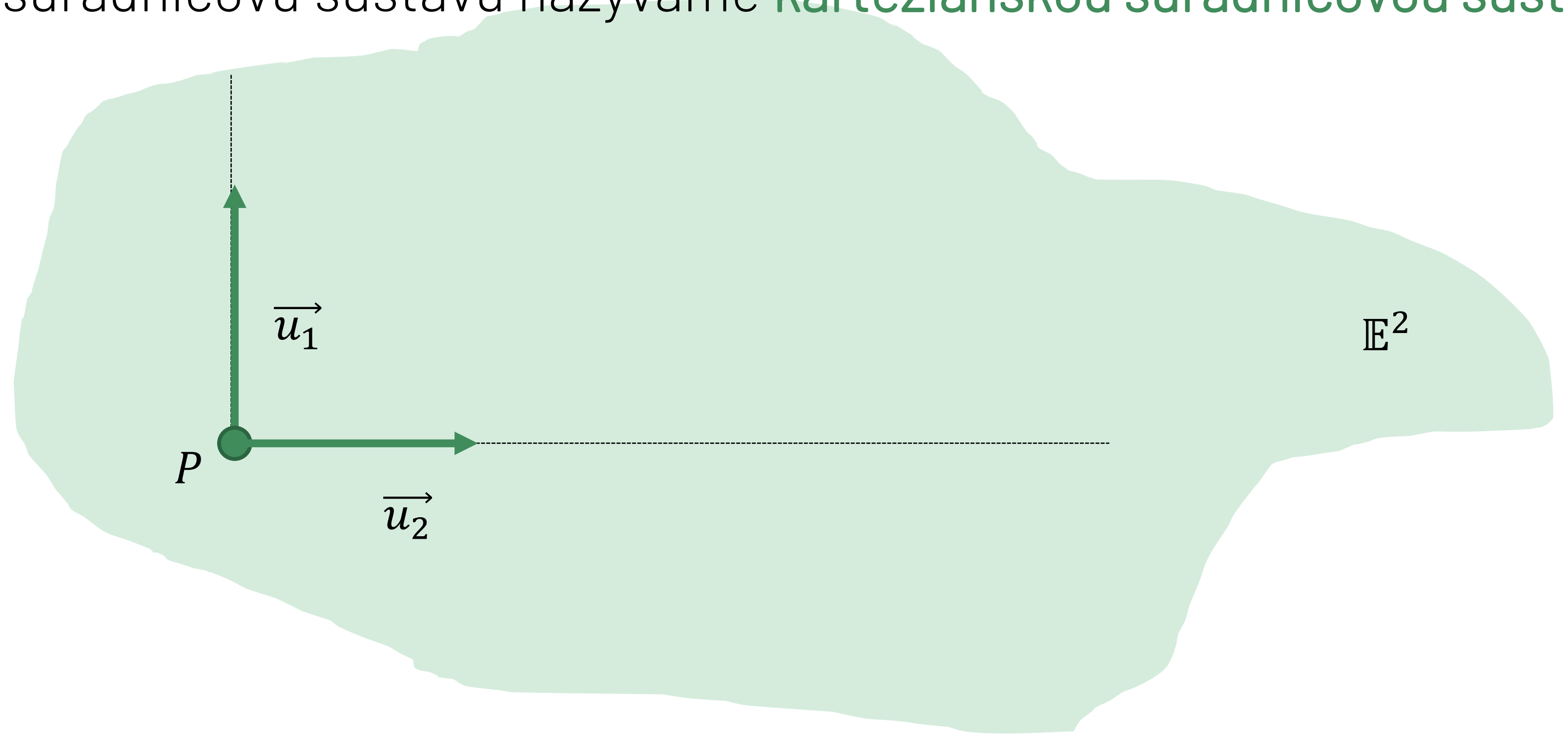
- Uvažujme bod $P \in \mathbb{E}^n$ a bázu tvorenú vektormi $\langle \overrightarrow{u_1}, \dots, \overrightarrow{u_n} \rangle$, $\overrightarrow{u_i} \in \mathcal{V}(\mathbb{E}^n)$.
- Potom $n + 1$-ticu $\langle P, \overrightarrow{u_1}, \dots, \overrightarrow{u_n} \rangle$ nazývame afinnou súradnicovou sústavou v $\mathbb{E}^n$





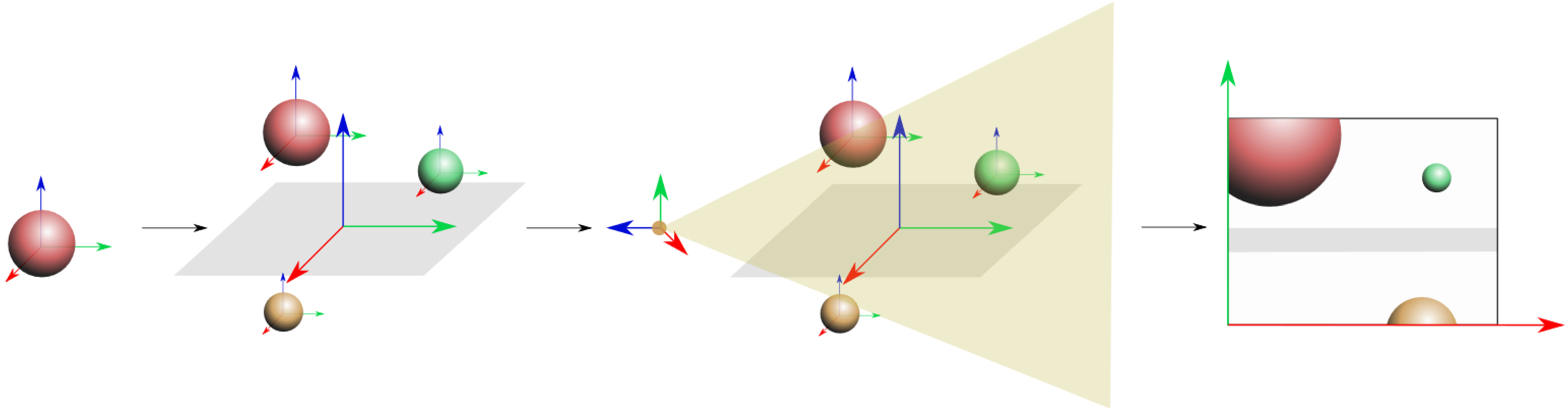
Karteziánska súradnicová sústava

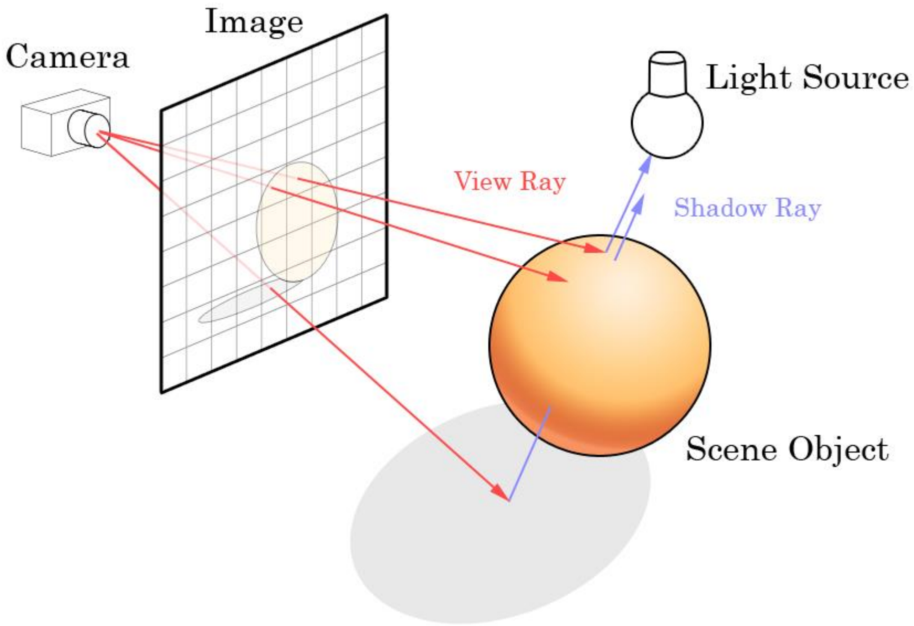
- K predošlej definícii doplníme podmienku, že báza $\langle \overrightarrow{u_1}, \dots, \overrightarrow{u_n} \rangle$, $\overrightarrow{u_i} \in \mathcal{V}(\mathbb{E}^n)$ je ortornormálna.
- Takúto súradnicovú sústavu nazývame karteziánskou súradnicovou sústavou v $\mathbb{E}^n$



Zobrazovací kanál

- „Ako zobraziť vymodelovanú scénu na obrazovke?"





Prienik lúča s objektami

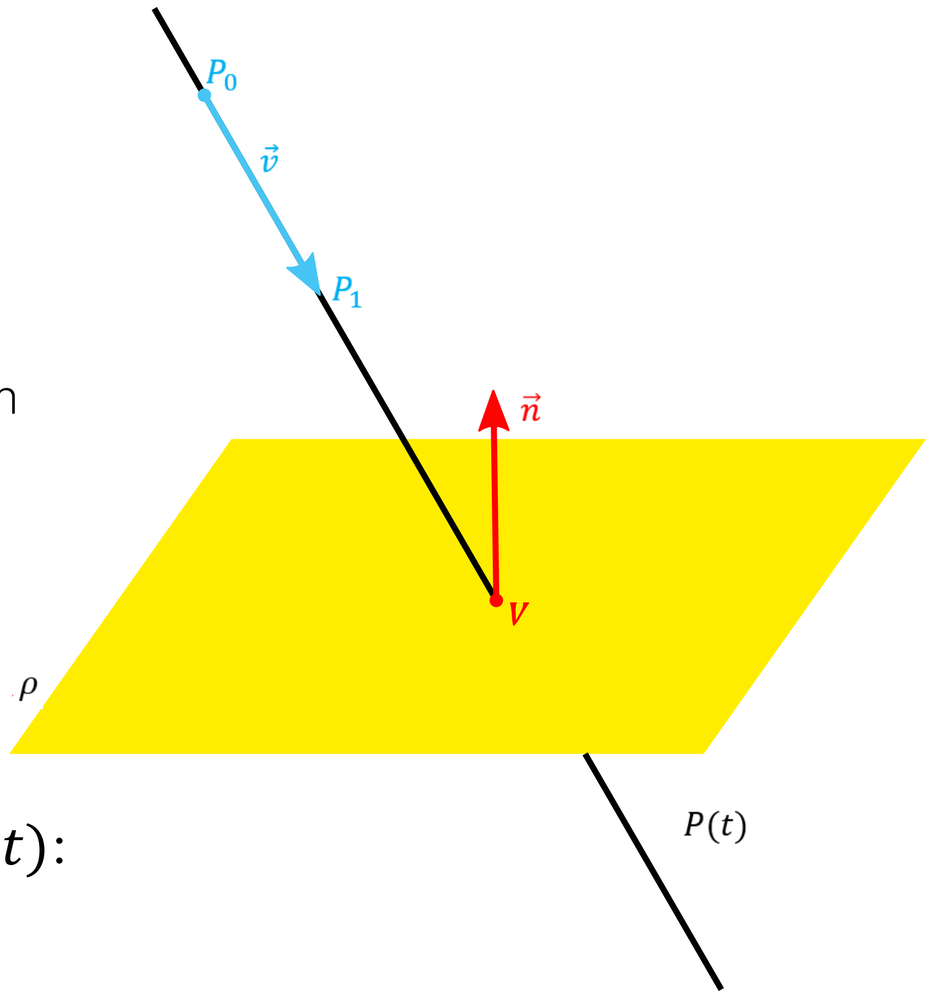
- „jednoduchá" geometrická úloha,
- ray-tracing je založený na hľadaní prienikov lúča s objektami,
- v našom prípade budeme za objekty považovať najmä trojuholníky,
- a za lúč nám postačí orientovaná priamka.

Prienik priamky a roviny

- Majme zadanú priamku $P(t)$ parametricky, bodom P_0 a smerovým vektorom $\vec{v} = P_1 - P_0$:
$$P(t) = P_0 + t\vec{v}$$

- Majme zadanú rovinu ρ analyticky jej normálovým vektorom $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$ a nejakým jej bodom $V = (V_x, V_y, V_z)$:
$$\rho: n_x x + n_y y + n_z z + D = 0,$$
$$D = -\left(n_x V_x + n_y V_y + n_z V_z\right).$$
$$\text{t. j. } \rho: \vec{n} \cdot (X - V) = 0.$$

- Potom priesečník $P(t) \cap \rho$ dostaneme vyjadrením parametra t a dosadením do vyjadrenia priamky $P(t)$:
$$t = \frac{-\vec{n} \cdot (P_0 - V)}{\vec{n} \cdot \vec{v}}$$



Prienik priamky a trojuholníka

- Body trojuholníka jednoznačne určujú rovinu, v ktorej leží
- Nájdime najprv prienik lúča a roviny
- Potom overíme, či nájdený priesečník leží vo vnútri trojuholníka

- Tu však budeme potrebovať rovinu zadanú parametricky

Prienik priamky a trojuholníka

Majme trojuholník V_0, V_1, V_2. Priamku $P(r) = P_0 + r\vec{v}$

- Ten leží v rovine

$$\rho = V(s,t) = V_0 + \vec{u}t + \vec{v}s,$$
$$\vec{u} = V_1 - V_0, \vec{v} = V_2 - V_0$$

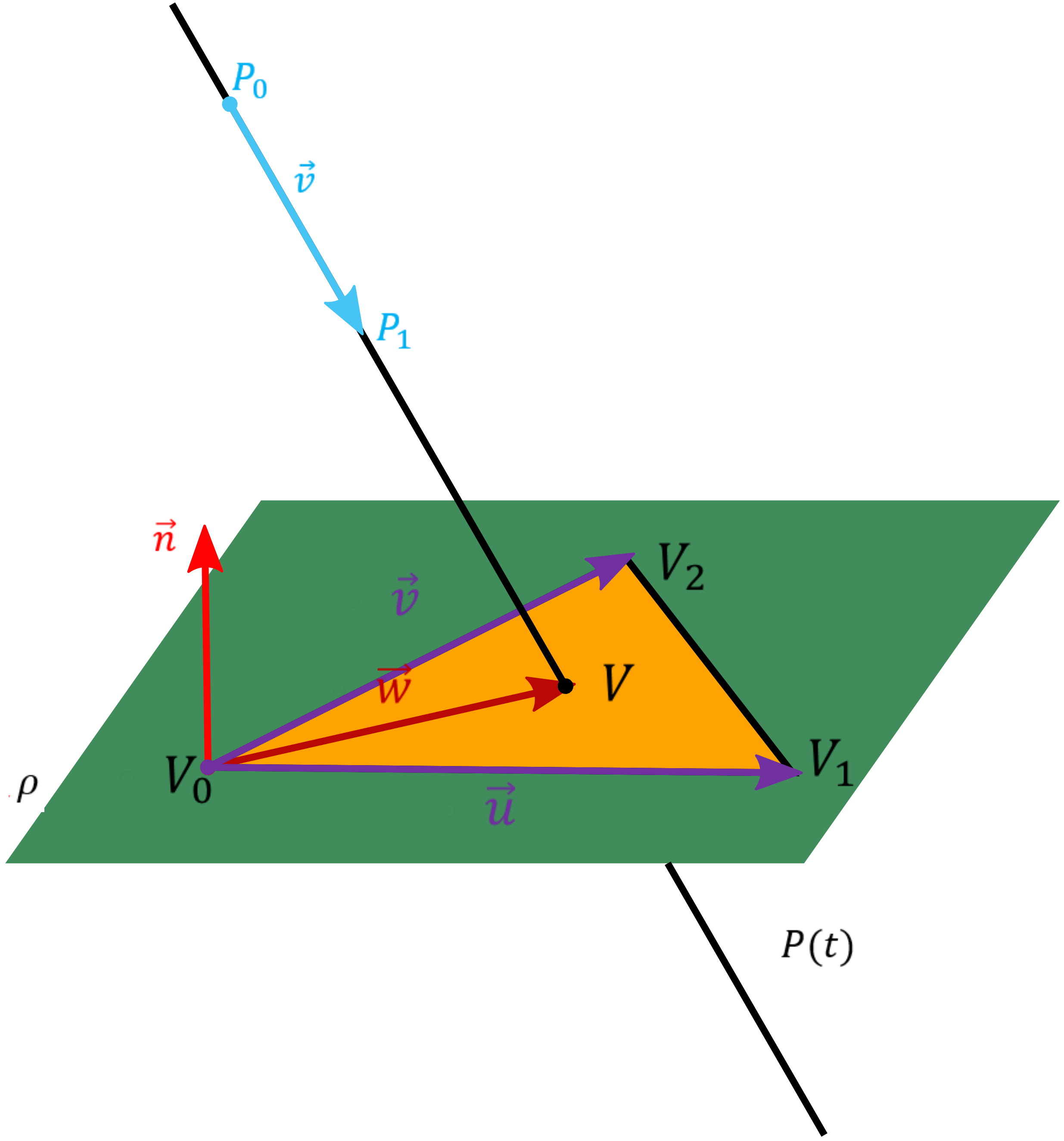
Trojuholník je potom daný nerovnosťami

$$0 \leq s, t, s + t \leq 1$$

$$s = \frac{(\vec{u}\cdot\vec{v})(\vec{w}\cdot\vec{v}) - (\vec{v}\cdot\vec{v})(\vec{w}\cdot\vec{u})}{(\vec{u}\cdot\vec{v})^2 - (\vec{v}\cdot\vec{v})(\vec{u}\cdot\vec{u})}$$

$$t = \frac{(\vec{u}\cdot\vec{v})(\vec{w}\cdot\vec{u}) - (\vec{u}\cdot\vec{u})(\vec{w}\cdot\vec{v})}{(\vec{u}\cdot\vec{v})^2 - (\vec{v}\cdot\vec{v})(\vec{u}\cdot\vec{u})}$$

$$\vec{w} = V - V_0$$



Möller–Trumborov algoritmus

- Je rýchlejší a úspornejší na počet operácií
- Avšak je „geometricky neintuitívny“.

- Na vstupe máme trojuholník V_0, V_1, V_2 a lúč, daný bodom P_0 a smerovým vektorom $\vec{d}$

- Na výstupe máme informáciu, či lúč trojuholník pretína. V prípade, že áno, dostaneme aj súradnice priesečníka.

Möller–Trumborov algoritmus - beh

```
e1 := V1 – V0;
e2 := V2 – V0;
h := d × e2;
a := e1· h;
if (a == 0) return false;
f := 1 / a;
s := P – V0;
u := f * s·h;
if (u < 0.0 || u > 1.0) return false;
q := s × e1;
v := f * d·q;
if (v < 0.0 || u + v > 1.0) return false;
t := f * e2·q;
if (t > 0) output = P + t * d; return true;
else return false;
```