

# ZOBRAZOVACÍ KANÁL MNOHOUHOLNÍKOVÉ PLETIVÁ

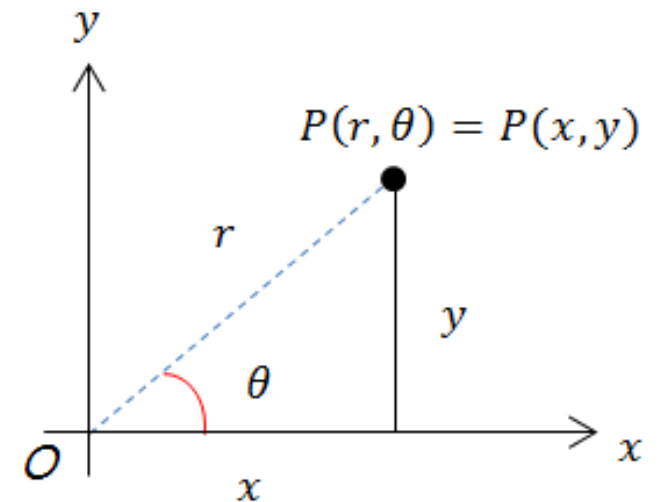
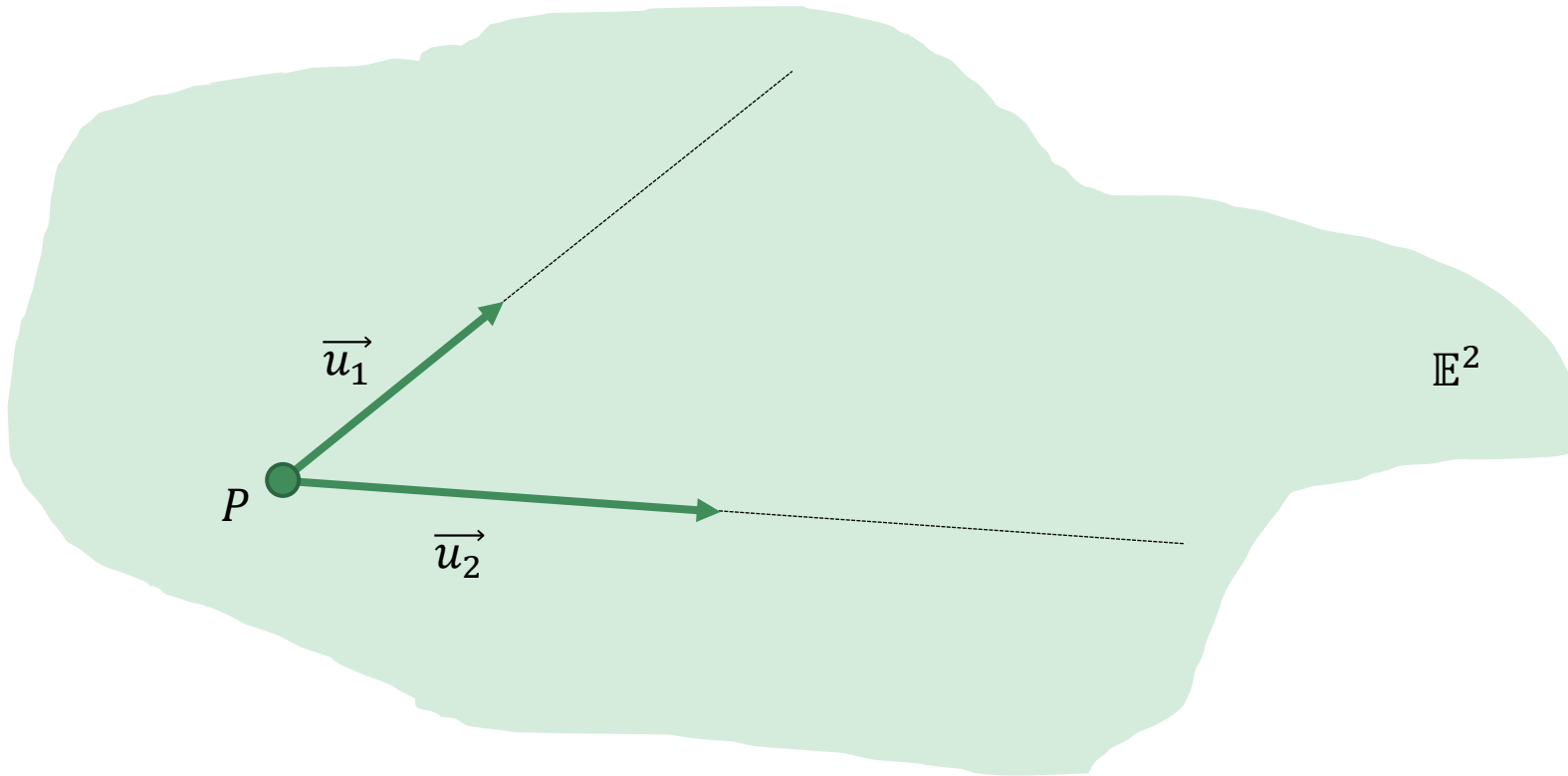
---

Grafické systémy, vizualizácia a multimédiá

Marcel Makovník,  
KAG, FMFI UK

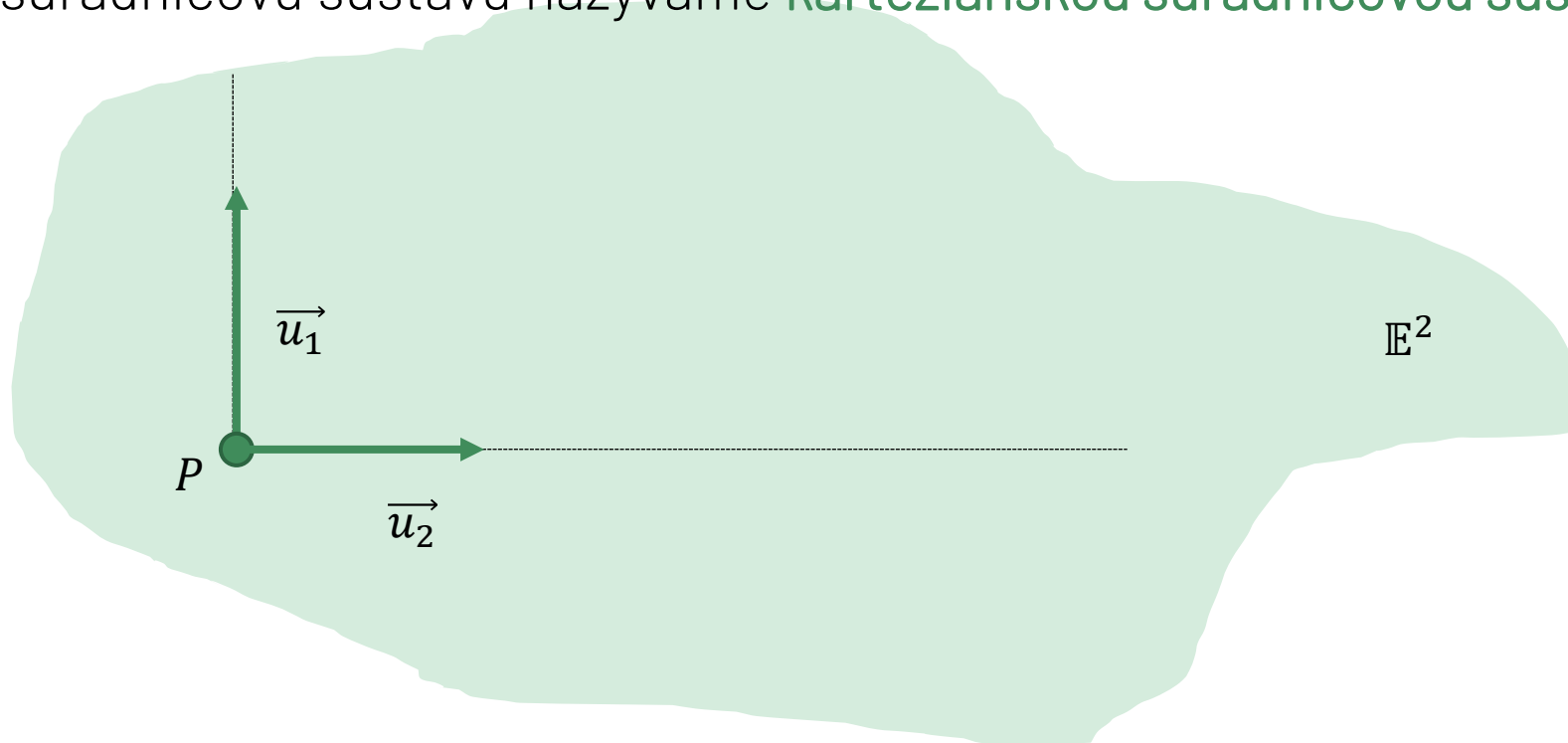
# Afinná súradnicová sústava

- Uvažujme bod  $P \in \mathbb{E}^n$  a bázu tvorenú vektormi  $\langle \vec{u}_1, \dots, \vec{u}_n \rangle$ ,  $\vec{u}_i \in \mathcal{V}(\mathbb{E}^n)$ .
- Potom  $n + 1$ -ticu  $\langle P, \vec{u}_1, \dots, \vec{u}_n \rangle$  nazývame **afinnou súradnicovou sústavou** v  $\mathbb{E}^n$



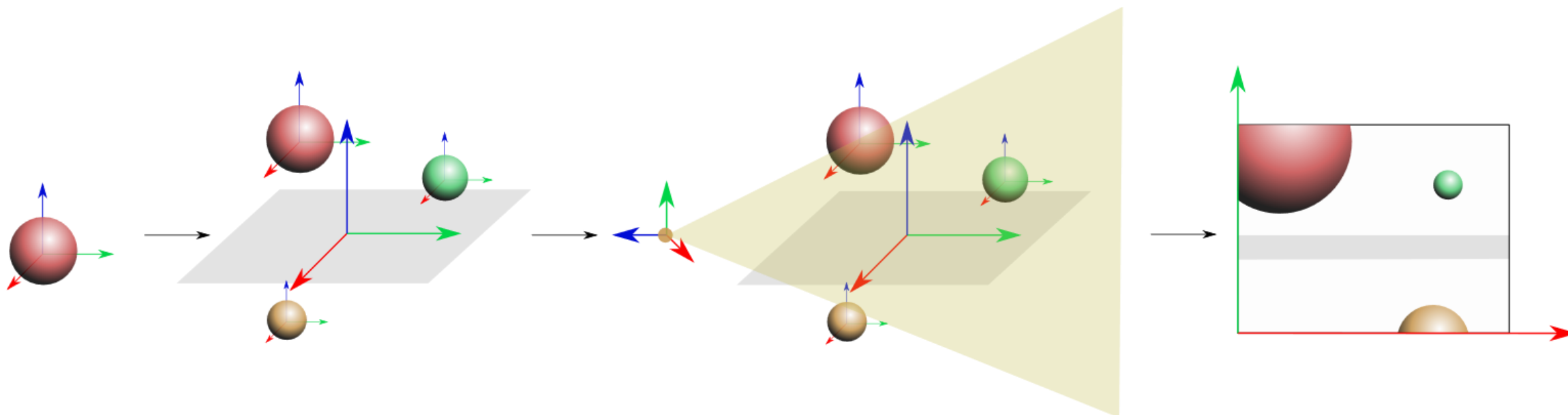
# Karteziánska súradnicová sústava

- K predošlej definícii doplníme podmienku, že báza  $\langle \vec{u}_1, \dots, \vec{u}_n \rangle, \vec{u}_i \in \mathcal{V}(\mathbb{E}^n)$  je **ortornormálna**.
- Takúto súradnicovú sústavu nazývame **karteziánskou súradnicovou sústavou** v  $\mathbb{E}^n$



# Zobrazovací kanál

- „Ako zobrazit vymodelovanú scénu na obrazovke?“



# Vrcholy, hrany a steny

## DEFINÍCIA

Nech  $\mathbf{V} = \{V_1, V_2, \dots, V_n\}$ ,  $V_i \in \mathbb{R}^3$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Potom  $V_i$  nazývame **vrcholom**, a  $\mathbf{V}$  nazývame množinou **vrcholov**.

## DEFINÍCIA

Označme  $\mathbf{E} \subseteq V^{[2]}$ , kde  $V^{[2]} = \{[P_i, P_j] \in V^2 \mid P_i \neq P_j\}$  a každé  $e = [V_i, V_j] \in \mathbf{E}$  spĺňa  $e = [V_j, V_i]$ . Potom  $e$  nazývame **hranou** a  $\mathbf{E}$  nazývame **množinou hrán**.

## DEFINÍCIA

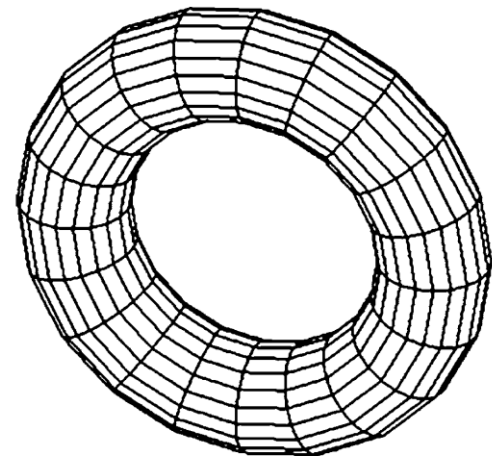
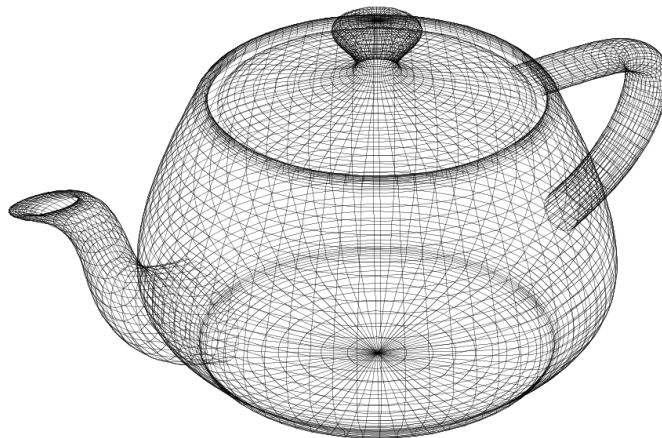
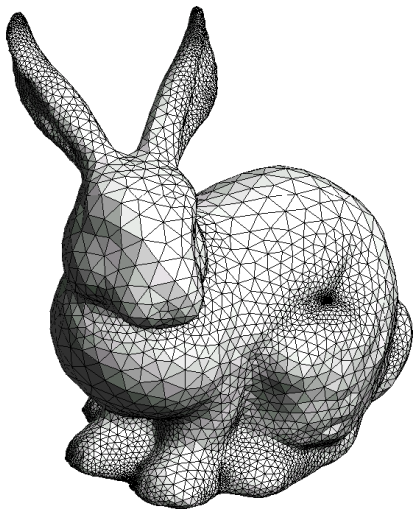
Nech  $\mathbf{F} \subseteq V^{[n]}$ ,  $n \geq 3$ , kde  $V^{[n]} = \{[V_{i_1}, V_{i_2}, \dots, V_{i_n}] \in V^n \mid V_{i_j} \neq V_{i_k}, j \neq k\}$ . Potom množinu  $\mathbf{F}$  nazývame množinou stien a jej prvok  $\Phi = [V_{i_1}, V_{i_2}, \dots, V_{i_n}] \in \mathbf{F}$  sa nazýva stenou a spĺňa podmienku, že všetky permutácie vrcholov  $V_{i_1}, V_{i_2}, \dots, V_{i_n}$  reprezentujú rovnakú stenu  $\Phi$ .

# Mnohouholníkové pletivo

## DEFINÍCIA

Označme  $\mathbf{M} = \{\mathbf{V}, \mathbf{E}, \mathbf{F}\}$ . Súbor množiny vrcholov, množiny hrán a množiny stien,  $\mathbf{M}$ , nazývame **mnohouholníkovým pletivom** (prípadne **sieť**, angl. **polygonal mesh**).

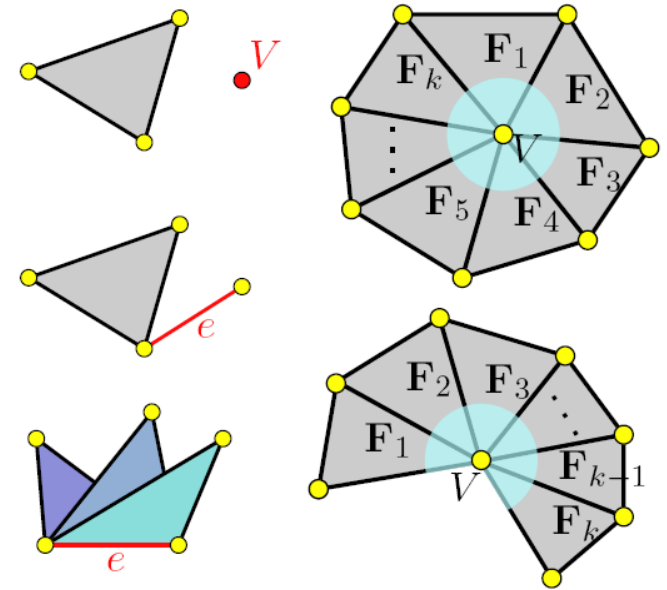
- V praxi sa využívajú najčastejšie (rýdzo) **trojuholníkové** pletivá. Prečo?



# Mnohouholníkové pletivo – 2-varieta

- Taktiež prax vyžaduje, aby pletivá boli 2-variantami. To nám zabezpečí nasledovných 5 podmienok:

1. každý vrchol  $V \in \mathbf{V}$  leží na niektorej z hrán z množiny  $\mathbf{E}$ ,
2. každá hrana  $e \in \mathbf{E}$  leží na niektorej zo stien z množiny  $\mathbf{F}$ ,
3. každá hrana  $e \in \mathbf{E}$  prislúcha nanajvýš dvom stenám z množiny  $\mathbf{F}$ ,
4. pre každú stenu  $[V_i, V_j, V_k] \in \mathbf{F}$  platí  $[V_i, V_j], [V_j, V_k], [V_i, V_k] \in \mathbf{E}$ ,
5. pre každý vrchol  $V \in \mathbf{V}$  a všetky steny  $\Phi_1, \dots, \Phi_k \in \mathbf{F}$  prislúchajúce vrcholu  $V$  platí jedno z nasledovných tvrdení:
  - $\Phi_1, \dots, \Phi_k$  vytvárajú jednoduchý cyklus okolo vrcholu  $V$ ,
  - $\Phi_1, \dots, \Phi_k$  vytvárajú jednoduchú postupnosť okolo vrcholu  $V$ ,



# Mnohouholníkové pletivo – vlastnosti

## DEFINÍCIA

Hranicou pletiva nazývame zjednotenie všetkých hrán, ktoré prislúchajú práve jednej stene. Pletivo sa nazýva **uzavretým** práve vtedy, keď nemá hranicu.

- Eulerov vzorec:  $\#V - \#E + \#F = 2(1 - g)$ ,
  - $g$ -genus (počet rúčok),  $\#V, \#E, \#F$  - počet vrcholov, hrán a stien.

Pre trojuholníkové pletivá:

- počet vrcholov, hrán a stien:  $\#F \approx 2\#V$ ,  $\#E \approx 3\#V$ ,
- priemerná valencia vrcholu (počet prislúchajúcich hrán) je 6.



# Ako reprezentovať pletivo?

- Efektívnosť a pamäťové nároky sú závislé na zvolenej dátovej štruktúre.
- Potrebujeme zohľadniť:
  - **topologické požiadavky** – chceme pracovať len s pletivami, ktoré sú 2-varietami, alebo potrebujeme pracovať aj s komplexnými hranami či singulárnymi vrcholmi? Chceme pracovať s trojuholníkovými/štvoruholníkovými/všeobecnými pletivami?
  - **algoritmické požiadavky** – chceme pletivo len vykresliť? chceme robiť na pletive operácie (zjemnenie, preklápanie hrán, sťahovanie hrán atď.)?

# Dátové štruktúry

- **Stenové dátové štruktúry**

- vrcholy → súradnice,                      trojuholníky → indexy vrcholov,
- vhodné na zobrazovanie statických dát,
- formáty (.obj, .off), OpenGL atď.,

- nemáme žiadne informácie o konektivite (susedné steny, hrany a pod.), navigácia po pletive je drahá.

- **Hranové dátové štruktúry** (*okřídlená hrana, angl. winged-edge*), **polhranové dátové štruktúry** (*DCEL*)

- kódujú informácie o konektivite prostredníctvom (pol)hrán, navigácia, a teda aj operácie na pletive sú rýchle.

# Wavefront .obj súbor

- Textový súbor, zaznamenáva súradnice vrcholov, normálových vektorov vrcholov, textúrnych súradníc vrcholov, indexov stien a ďalšie parametre (v jednom súbore sa nemusia vyskytovať všetky).
- My si vystačíme s vrcholmi a indexmi stien.
- Každý údaj je označený značkou a zvyčajne (ale nie nutne) sa nachádza v jednom riadku.

```
fractal.obj - Poznámkový blok
Súbor  Úpravy  Formát  Zobrazit  Pomocník
vn 0.221157 -0.041081 0.974373
v 249.000000 256.000000 19.327539
vn 0.124632 -0.020784 0.991985
v 250.000000 256.000000 19.121609
vn 0.056498 -0.003623 0.998396
v 251.000000 256.000000 19.034962
vn 0.139219 -0.060023 0.988441
v 252.000000 256.000000 18.969727
vn 0.226124 -0.252121 0.940905
v 253.000000 256.000000 18.924068
vn 0.420053 -0.256125 0.870606
v 254.000000 256.000000 18.631264
vn 0.418898 -0.176022 0.890809
v 255.000000 256.000000 18.003586
vn 0.396249 -0.126131 0.909438
v 256.000000 256.000000 17.567879
# 66049 vertices, 0 vertices normals

f 1//1 2//2 258//258
f 2//2 259//259 258//258
f 2//2 3//3 259//259
f 3//3 260//260 259//259
f 3//3 4//4 260//260
f 4//4 261//261 260//260
f 4//4 5//5 261//261
f 5//5 262//262 261//261
f 5//5 6//6 262//262
f 6//6 263//263 262//262
f 6//6 7//7 263//263
f 7//7 264//264 263//263
f 7//7 8//8 264//264
f 8//8 265//265 264//264
f 8//8 9//9 265//265
f 9//9 266//266 265//265
f 9//9 10//10 266//266
f 10//10 267//267 266//266
f 10//10 11//11 267//267
f 11//11 268//268 267//267
f 11//11 12//12 268//268
```

# .obj – značky

- **# text**, ktorý sa nachádza v jednom riadku, prípadne končí #
  - všetko za # (resp. medzi dvoma #) je komentár a tento text sa nespracováva
- **v 0.01234 0.00000 -0.12453**
  - značka **v** označuje vrchol, za ňou sa nachádzajú súradnice  $x$ ,  $y$  a  $z$  tohto vrcholu, oddelené medzerou,
  - môže sa tu nachádzať aj štvrtá, voliteľná súradnica, ktorú môžeme ignorovať.
- **vt 0.0000 0.5000**
  - označuje textúrne súradnice príslušného vrcholu,
  - značku *vt*, ak sa v súbore nachádza, nebudeme spracovávať, keďže textúry sú nad rámec našich cvičení.

# .obj – značky

- **vn 0.05000 -0.12000 -0.70000**
  - označuje súradnice normálového vektora (pre vrchol),
  - *my budeme pracovať najmä s normálovými vektormi stien, preto tento údaj nebudeme spracovávať.*
- **vp 0.1200 0.5000**
  - parametrické súradnice vrchola,
  - *parametrické súradnice sú potrebné pre prácu tzv. free-form plochami, ktorou sa na GSVM nebudeme zaoberať, preto tento údaj nebudeme spracovávať.*
- **1 2 3 1 4 7 8**
  - označuje poradie vrcholov lomenej čiary,
  - *tento údaj nebudeme spracovávať.*

# .obj – značky

- `f 1 12 67`
  - označuje poradie (indexy) vrcholov pre jednotlivú stenu
  - prvý vrchol má index **1**, nie 0!!!
  - ak máme za sebou viac než tri hodnoty, nepracujeme s trojuholníkovým pletivom
- `f 1/2 12/13 67/66`
- `f 1/13/1 12/13/11 67/66/65`
- `f 1//1 12//11 67//65`
  - označuje poradie (indexy) **vrcholov/textúrnych súradníc, vrcholov/textúrnych súradníc/normálových vektorov, vrcholov//normálových vektorov.**
  - vždy spracúvame len prvý index (vrcholu), ostatné ignorujeme